

Распределение микротоков и концентраций в оптимальной последовательности электромагнитного и квадрупольного магнитных полей

Самарский университет
Багров А.Р., Васильев И.В.
В.В.Раденко, М.В.Долгополов
ООО НПК "Новая Энергия"
Июль 15, 2022

О чем пойдет речь...

- 1 Плазма, термоядерный синтез
 - Плазма по Ленгмюру
 - Наблюдение плазмы
 - Реакция синтеза
 - Актуальность темы
- 2 Магнитные ловушки
 - Импульсные и квазистационарные системы
 - Токомаки и стеллаторы
- 3 Разбор нашей установки.
 - Схема и описание.
 - Принцип работы устройства.
- 4 Количественное описание установки.
 - Магнитное поле конечного соленоида и линзы.
 - Визуализация микротоков
 - Зависимость концентрации от параметров установки

Исходные данные и понятия

Плазма – полностью или частично ионизованный газ, в котором суммарный отрицательный заряд частиц равен суммарному положительному заряду. Поэтому в целом плазма является электрически нейтральной средой, или, как говорят в физике, плазма обладает свойством квазинейтральности.

Плазма – квазинейтральный ансамбль заряженных (и нейтральных) частиц, размеры которого существенно больше радиуса Дебая.

Под квазинейтральностью понимают нейтральность в больших объемах, с электрическими полями на масштабах дебаевского радиуса [d] (для плазмы с параметрами $n \cong 10^{14}$ см⁻³, $T \cong 10^4$ эВ соответствует $d \cong 5 \cdot 10^{-3}$ см, что является следствием флуктуаций в плазме).

Наблюдение разогретого вещества :

1. При помощи интерферометров, которые будут измерять средние плотности электронов в установке.
2. Ленгмюровские зонды – позволят измерить плотность электронов и температуру в крайних слоях плазменного кольца. Такой зонд представляет собой электрический проводник, один конец которого располагается в плазме и взаимодействует с заряженными частицами. Преимущество зонда – контактный метод, позволяющий определить параметры плазмы локально. Однако, недостаток – возмущение плазмы, по этой причине их используют лишь для измерения внешних слоев плазмы.
3. Электронная циклотронная эмиссионная диагностика. Понимание этого метода требует специальных знаний, потому, излагая грубо, данная диагностика представляет собой измерение излучения электронов, движущихся циклично по камере.

Реакция синтеза :

Реакция синтеза заключается в следующем: два или более относительно лёгких атомных ядра в результате теплового движения сближаются настолько, что короткодействующее сильное взаимодействие, проявляющееся на таких расстояниях, начинает преобладать над силами кулоновского отталкивания между одинаково заряженными ядрами, в результате чего образуются ядра других, более тяжёлых элементов.

Для того, чтобы произошла реакция синтеза, исходные ядра должны преодолеть силу электростатического отталкивания, для этого они должны иметь большую кинетическую энергию. Если предположить, что кинетическая энергия ядер определяется их тепловым движением, то можно сказать, что для реакции синтеза нужна большая температура. Поэтому реакция названа «термоядерной». Чтобы вступить в реакцию, ядра должны преодолеть потенциальный барьер.

Термоядерная энергия (актуальность темы) :

Большинство ядерных физиков убеждены, что за термоядерной энергией – будущее. И действительно, данная технология предполагает ряд преимуществ, в числе которых:

1. Неисчерпаемые запасы топлива, в качестве которого выступает водород.
2. Отсутствие монополий топливных ресурсов, так как добыча водорода может производиться посредством переработки морской воды, которая широко доступна большинству стран. Крайне низкая вероятность аварийного взрыва во время работы термоядерного реактора. По оценкам исследователей, радиоактивные выбросы в результате аварийного взрыва не могут представлять опасности для населения.
3. При работе термоядерного реактора не вырабатываются продукты сгорания, а радиоактивные отходы имеют значительно меньший период полураспада, чем в случае с ядерными реакторами.

Различные типы магнитных ловушек :

Квазистационарные системы.

Установки такого типа осуществляют нагрев и удержание плазмы посредством сильного магнитного поля, в условиях высокой температуры и низкого давления. К квазистационарным системам относятся такие известные установки как токамаки и стеллаторы.

Импульсные системы.

Управляемый термоядерный синтез осуществляется в таких установках через нагрев топлива, состоящего из дейтерия и трития, при помощи лазера или пучка частиц высокой энергии. Систему называют импульсной, так как процесс ее работы состоит из ряда термоядерных микровзрывов.

Сравнение токомака и стеллатора:

Токомак.

Токомак (тороидальная камера с магнитными катушками) — тороидальная установка для магнитного удержания плазмы с целью достижения условий, необходимых для протекания управляемого термоядерного синтеза

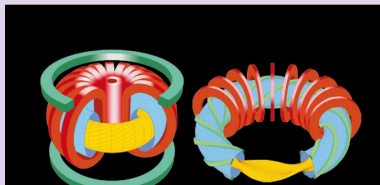
Первым, кто предложил использовать термоядерный синтез, в том числе и для промышленных целей, был советский физик О.А. Лаврентьев. Сделал он это в своей работе 1950 года. Именно с его работы началось изучение способов использования термоядерного синтеза.

Тор (тороид) — представляет собой объемную фигуру, получающуюся в результате вращения кольца вокруг центра вращения. Грубыми примерами тора могут служить пончик, бублик или велосипедная камера, вынутая из колеса.

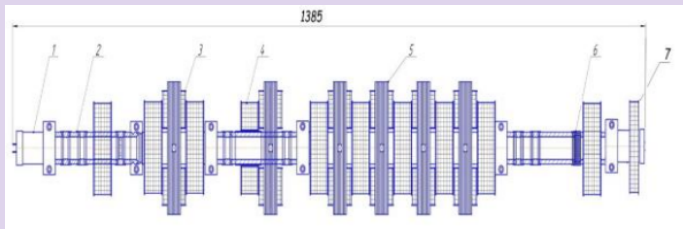
Сравнение токомака и стеллатора:

Стеллатор.

Стелларатор — тип реактора для осуществления управляемого термоядерного синтеза. Название происходит от лат. *stella* — звезда, что должно указывать на схожесть процессов, происходящих в стеллараторе и внутри звёзд. Изобретён американским учёным-физиком Л. Спитцером в 1950 году, первый образец построен под его руководством. Установка представляет собой замкнутую магнитную ловушку, которая способна удерживать сильно разогретую плазму. Ловушка такой установки имеет форму тора, снаружи и внутри которого располагается вспомогательная аппаратура.



Установка представляет собой электронно-управляемый плазменный электрический генератор. [Источник](#): Dolgoplov M.V., Radenko V.V., Zanin G.G. etc. 2022 Electronically Controlled Plasma Power Devices for Sustainable and Environmentally Friendly Electric Energy Technologies
Схематически устройство выглядит следующим образом:

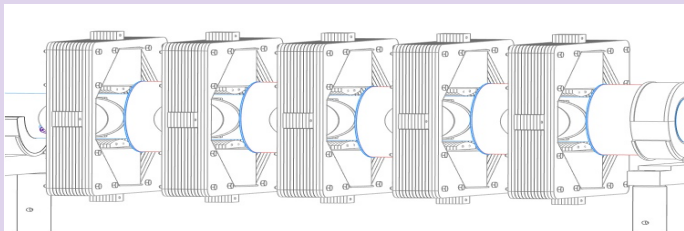


1-картридж гидрода лития; 2-ионно-плазменный источник; 3-секция магнитооптического накопителя; 4-ускорительная секция; 5-магнитооптическая 4х- (или 8и)-цикловая камера синтеза; 6-пролетный высокочастотный триод - ионно-эмиссионный квантовый энергетический преобразователь (КЭП); 7-ионный нейтрализатор.

Принцип работы установки следующей:

Технической задачей, стоящей перед изобретением, является получение электронно-управляемых ионно-плазменных потоков для инициализации термоядерного синтеза с последующим удержанием электронно-управляемого термоядерного синтеза в линейных магнитных ловушках. Из картриджа гидрида лития **1** пары гидрида лития поступают в ионно-плазменный источник **2**. Далее пары гидрида лития ионизируются, ионная и электронная компоненты разделяются и поступают в секцию магнитооптического накопителя **3**. Секция магнитооптического накопителя **3** соединяется с секцией ускорительной **4** для формирования ускоренного потока ионов с заданной концентрацией. Управление потоком плазмы осуществляется переключением направления вектора магнитной индукции магнитооптического накопителя.

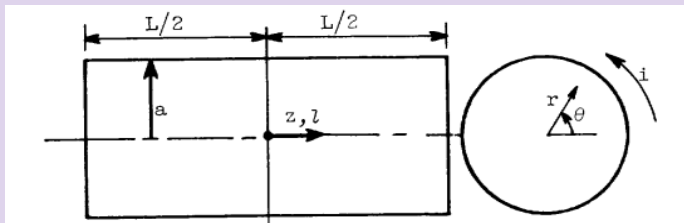
Магнитооптическая 4х-(или 8и)-цикловая камера синтеза состоит из чередующихся квадрупольных и соленоидальных линз таким образом, что первый и последний соленоиды открыты для прохождения потока ионов. Остальные соленоиды меняют направление вектора индукции с определенным периодом. То есть камера синтеза представляет из себя систему последовательно соединенных пробкотронов, где в качестве пробок выступают квадрупольные линзы. Внутри камеры, таким образом наводится магнитное поле, параметры которого задаются пользователем.



Источник: Эдмунд Э. Каллаган и Стивен Х. Маслен

Большой интерес к плазме как источнику энергии привел к значительному возобновлению интереса к магнитным полям, создаваемым различными конфигурациями электромагнитных полей. Из возможных методов удержания плазмы на сегодняшний день наиболее многообещающим представляется использование магнитных полей. Основная трудность в вычислении полей почти всех конфигураций связана с тем фактом, что интегральное решение не может быть достигнуто без использования различных эллиптических интегралов.

Рассмотрим соленоид, который показан на следующем рисунке:



Введём следующие обозначения:

A_θ — компонента магнитного векторного потенциала в θ -направлении,

a — радиус катушки,

B_r, B_z — радиальная и осевая компоненты магнитной индукции,

E — полный эллиптический интеграл второго рода

i — ток в витке

K — полный эллиптический интеграл первого рода

$k = \sqrt{\frac{4ar}{\xi^2 + (a+r)^2}}$

L — длина катушки

n — количество витков на единицу длины катушки

r, θ, z — цилиндрические координаты

λ_0 — лямбда-функция Хеймана

μ — проницаемость

$\xi_\pm = z \pm \frac{L}{2}$

$\varphi = \tan^{-1} \frac{\xi}{a-r}$

Магнитное поле, создаваемое этой катушкой, задается в терминах векторного потенциала \vec{A} с помощью:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1)$$

где, из-за геометрии задачи, только компонента A_θ может быть отлична от нуля. Тогда уравнение (1) даёт:

$$\begin{cases} B_r = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} \end{cases} \quad (2)$$

Для одного витка имеем:

$$A_\theta = \frac{\mu i}{4\pi} \oint \frac{a \cos \theta d\theta}{R} \quad (3)$$

где R - расстояние от локальной точки на витке до точки поля.

Для соленоида, состоящего из ряда n витков на единицу длины, мы имеем тогда

$$A_{\theta} = \frac{a\mu ni}{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dl \int_0^{\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{\sqrt{(z-l)^2 + r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}} \quad (4)$$

После интегрирования по частям приходим к ($\xi = z - l$):

$$A_{\theta} = \frac{a^2 \mu n i r}{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\xi \sin^2 \theta d\theta}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta) \sqrt{\xi^2 + r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}} \right] \quad (5)$$

Теперь можно легко получить две компоненты магнитного поля.

$$B_r = -\frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} = -\frac{a\mu ni}{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\cos \theta d\theta}{\sqrt{\xi^2 + r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}} \right]_{\xi_-}^{\xi_+} \quad (6)$$

Вторая компонента поля:

$$B_z = \frac{a\mu ni}{2\pi} \int_0^\pi \left[\frac{\xi(a - r \cos \theta) d\theta}{(r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta) \sqrt{\xi^2 + r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}} \right] \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) описывают магнитное поле, создаваемое конечным соленоидом. Численные результаты можно легко найти, интегрировав эти уравнения на компьютере. Результаты также могут быть выражены через стандартные эллиптические интегралы. К этому мы и приступаем. Все вычисления проделаны в Wolfram Mathematica v 13.0.

В начале рассмотрим отдельно соленоид и квадрупольную линзу, визуализируем их поля. В конце мы построим график зависимости концентрации от параметров установки (a, μ, L, i, n)

Запишем следующие обозначения:

$$\xi_+ = z + \frac{L}{2}, \quad \xi_- = z - \frac{L}{2}$$

$$k_+ = \sqrt{\frac{4ar}{\xi_+^2 + (a+r)^2}}, \quad k_- = \sqrt{\frac{4ar}{\xi_-^2 + (a+r)^2}}$$

$$\phi_+ = \tan^{-1} \left(\left| \frac{\xi_+}{a-r} \right| \right), \quad \phi_- = \tan^{-1} \left(\left| \frac{\xi_-}{a-r} \right| \right) \quad (8)$$

$$\Lambda_+ = \frac{\text{EllipticF}[\phi_+, 1 - k_+]}{\text{EllipticK}[1 - k_+]} + \frac{2}{\pi} \text{EllipticK}[k_+] \text{EllipticF}[\phi_+, 1 - k_+]$$

$$\Lambda_- = \frac{\text{EllipticF}[\phi_-, 1 - k_-]}{\text{EllipticK}[1 - k_-]} + \frac{2}{\pi} \text{EllipticK}[k_-] \text{EllipticF}[\phi_-, 1 - k_-]$$

Учитывая обозначения (8), поле одного соленоида будет выглядеть так:

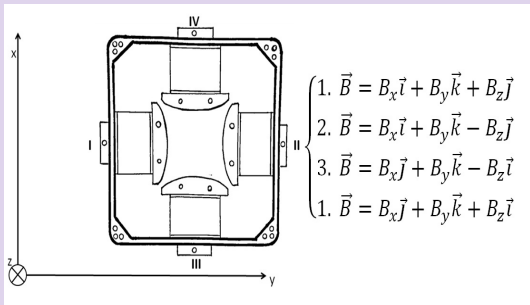
Первая компонента

$$B_r = \frac{\mu ni}{4} \sqrt{\frac{a}{r}} \left(\left(\frac{2 - k_+^2}{2k_+} \text{EllipticK}[k_+] - \frac{\text{EllipticE}[k_+]}{k_+} \right) - \left(\frac{2 - k_-^2}{2k_-} \text{EllipticK}[k_-] - \frac{\text{EllipticE}[k_-]}{k_-} \right) \right)$$

Вторая компонента:

$$B_z = \frac{\mu ni}{4} \left(\left(\frac{\xi_+ k_+}{\pi \sqrt{ar}} \text{EllipticK}[k_+] + \frac{(a-r)\xi_+}{|(a-r)\xi_+|} \Lambda_+ \right) - \left(\frac{\xi_- k_-}{\pi \sqrt{ar}} \text{EllipticK}[k_-] + \frac{(a-r)\xi_-}{|(a-r)\xi_-|} \Lambda_- \right) \right)$$

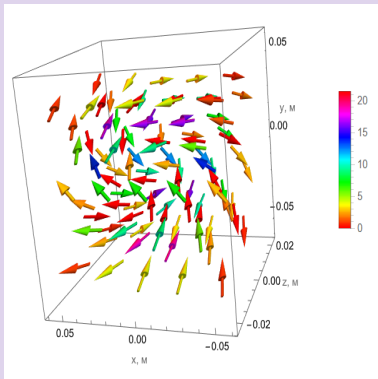
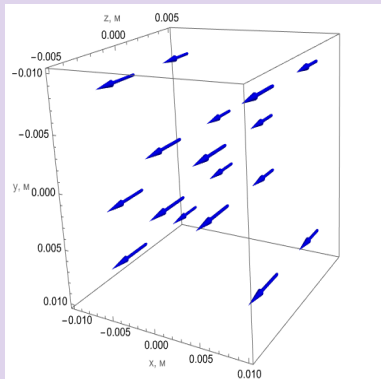
Посчитаем суперпозицию полей системы: соленоид+квадрупольная линза+соленоид. Рассмотрим квадрупольную линзу и представим в виде суперпозиции 4-х соленоидов:



$$\begin{aligned} \vec{B}_{All} &= B_x \vec{i} + B_y \vec{k} + B_z \vec{j} + B_x \vec{i} + B_y \vec{k} - B_z \vec{j} + B_x \vec{j} + B_y \vec{k} + B_z \vec{i} \\ &\quad + B_x \vec{j} + B_y \vec{k} - B_z \vec{i} = 2B_x \vec{i} + 2B_x \vec{j} + 4B_y \vec{k} \end{aligned}$$

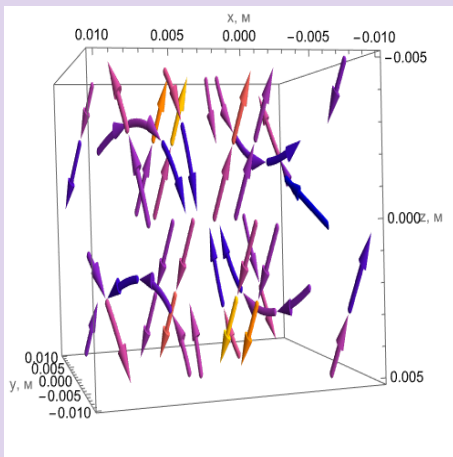
где $B_x = B_r \cos \phi$, $B_y = B_r \sin \phi$. $\vec{B}_{All} = (2B_r \cos \phi, 2B_r \cos \phi, 4B_r \sin \phi)$

Теперь можно построить поля соленоида и квадрупольной линзы соответственно(пока по отдельности):



Пространственное распределение поля.

Это поле квадрупольной линзы, поток вектора.



Теперь посчитаем суперпозицию двух соленоидов и квадрупольной линзы. Для соленоидов нужно учесть, что их координаты смещены:

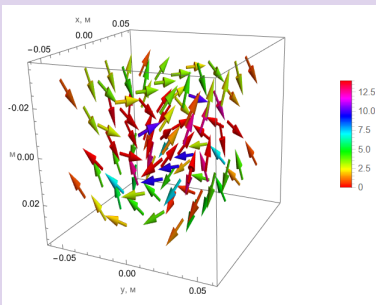
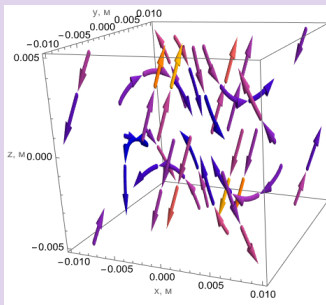
$$\xi_+ = z + \frac{L}{2} - 0.1, \quad \xi_- = z - \frac{L}{2} - 0.1$$

Все остальные обозначения сохраняются. Тогда можно легко построить суперпозицию полей:

$$\vec{B} = (B_{r1} \cos \phi + B_{r2} \sin \phi + 2B_r \cos \phi, B_{r1} \sin \phi + B_{r2} \cos \phi + 2B_r \sin \phi, 4B_r \sin \phi)$$

где B_{r1} -радиальная компонента первого соленоида, B_{r2} -радиальная компонента второго соленоида, B_r -радиальная компонента квадрупольной линзы.

В результате, мы получили следующие графики:



Эти графики показывают пространственное распределение поля системы соленоид+квадрупольная линза+соленоид.

Построим график микротоков. Для этого мы используем следующую систему из источника Морозов А.И. Введение в плазмодинамику.:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{e}{c} [\vec{j}, \vec{H}]$$

$$\frac{\vec{j}}{\sigma} = \frac{\nabla p_e}{ne} + \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_e, \vec{H}] \right), \quad \operatorname{div}(\vec{H}) = 0 \quad (9)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}(\vec{H}) = \frac{4\pi e}{c} \vec{j}$$

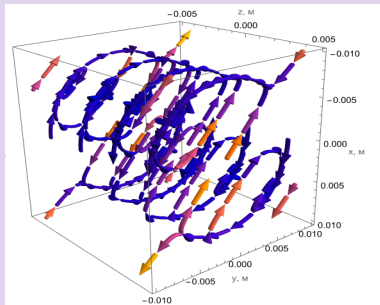
Мы используем 3-е уравнение из этой системы. $p_e = n_e kT$, $n_e = n_p = n_i$. Пускай $T = \text{const}$, тогда $\nabla p = 0$. Также считаем, что скорость направлена вдоль оси z . Тогда формула для \vec{j} будет следующей:

$$\vec{j} = \frac{en}{\alpha} \frac{V}{c} (B_x \vec{j} - B_y \vec{i}) \quad (10)$$

Подставим поле (B_x и B_y) и получим следующий вектор:

$$\vec{j} = \left(-\frac{enV}{\alpha c} (B_{r1} \sin \phi + B_{r2} \cos \phi + 2B_r \cos \phi), \frac{enV}{\alpha c} (B_{r1} \cos \phi + B_{r2} \sin \phi + 2B_r \cos \phi), 0 \right)$$

С помощью Wolfram Mathematica получаем следующий график микротоков (n взяли теоретическое):



Найдём зависимость концентрации от параметров нашей установки. Для этого используем 6-е уравнение из системы (9) и распишем ротор. Тогда проекции плотности тока \vec{j} будут следующими (В си: $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$):

$$j_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial y} (4B_r \sin \phi) - \frac{\partial}{\partial z} (B_{r1} \sin \phi + B_{r2} \sin \phi + 2B_r \cos \phi)$$

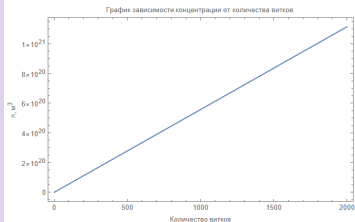
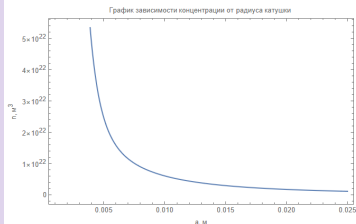
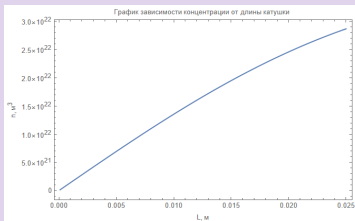
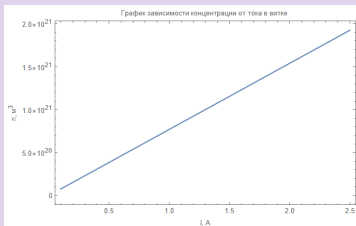
$$j_y = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial z} (B_{r1} \cos \phi + B_{r2} \cos \phi + 2B_r \cos \phi) - \frac{\partial}{\partial x} (4B_r \sin \phi)$$

$$j_z = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} (B_{r1} \sin \phi + B_{r2} \sin \phi + 2B_r \cos \phi) - \frac{\partial}{\partial y} (B_{r1} \cos \phi + B_{r2} \cos \phi + 2B_r \cos \phi)$$

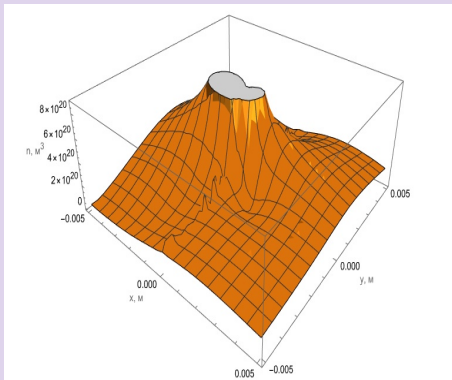
Тогда мы можем вычислить модуль плотности тока $j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2}$.

Теперь можно легко посчитать концентрацию $j = neV \Rightarrow n = \frac{j}{eV}$

Скорость частицы можно определить из распределения Максвелла. Наиболее вероятная скорость выражается следующим образом $V = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = 2.67349 \cdot 10^6 \frac{m}{c}$, где k -постоянная Больцмана, T -температура, m -масса частица. Теперь можно легко построить графики:



Все выше перечисленные графики показывают зависимость от какого-то параметра установки. Следующий 3D-график зависимости концентрации от координат x, y мы построили для таких параметров: $z = 10^{-3}$ м, $a = 32.5 * 10^{-3}$ м, $\mu = 1$, $n = 1256$, $L = 0.5 * 10^{-3}$ м, $i = 0.91$ А



Распределение концентрации в плоскости XY

Заключение:

- 1) Построено поле для конечного соленоида, квадрупольной линзы.
- 2) Получили формулу для расчёта концентрации частиц в зависимости от параметров установки для системы соленоид+кварупольная линза+соленоид. Для этой же системы мы построили график микротоков.
- 3) Формула для концентрации позволяет подобрать оптимальные параметры для нашей установки, повышая тем самым её эффективность.