

Dynamic three-quasiparticle correlations in the ground state

M. Shitov, S. Kamerdzhiev

1. *National Research Center «Kurchatov Institute», Moscow, Russia*



LXXII International conference "Nucleus-2022: Fundamental problems and applications"

11-16 July 2022

План

- Общие соотношения
- Ангармонические эффекты второго порядка в ядерной квантовой теории многих тел
- Трехквaziчастичные корреляции в основном состоянии
- Результаты расчетов для изотопов олова
- Выводы

Общие положения Теории Конечных Ферми-Систем

- **Метод**
 - Ядерная квантовая теория многих тел (метод функций Грина)
 - Активное использование диаграммных техник

- Малый параметр g^2

$$\alpha = \frac{|\langle 1 || g_s || 2 \rangle|^2}{(2j_1 + 1)\omega_s^2} < 1$$

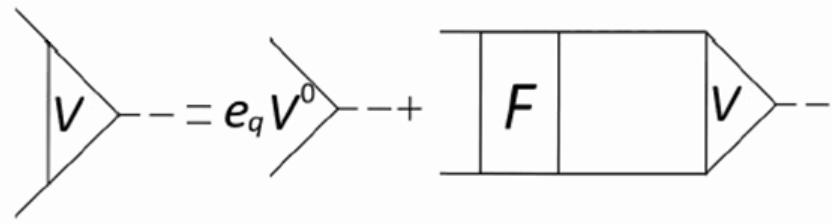
- Уравнения для вершины и амплитуды рождения фонона в поле:

- Уравнение для эффективного поля

$$\hat{V}(\omega) = e_q \hat{V}_0(\omega) + \hat{F} \hat{A}(\omega) \hat{V}(\omega)$$

- Амплитуда рождения фонона в поле

$$\hat{g}_s(\omega) = \hat{F} \hat{A}(\omega) \hat{g}_s(\omega)$$



Метод Хаотических фаз- МХФ (на языке квантовых функций Грина)

где

$$A(\omega) = \int G(\varepsilon + \omega/2) G(\varepsilon - \omega/2) d\varepsilon / (2\pi i)$$

означает частично-дырочный пропагатор, а $G(\varepsilon)$ — квазичастичная функция Грина.

Энергетический функционал плотности(ЭФП) и квазичастично-фононные поправки

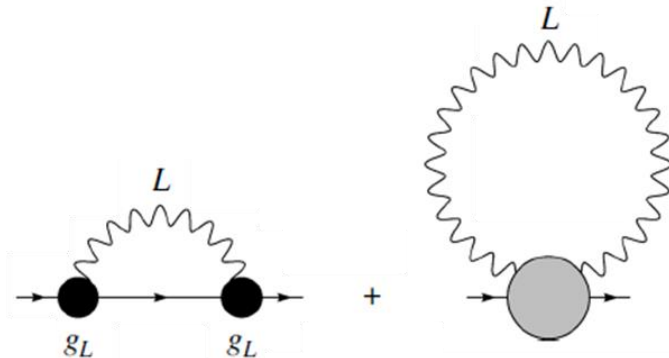
- **Самосогласование:** В нашем подходе мы используем только хорошо известный набор параметров ЭФП Фаянса^{1,2} с параметрами DF3-а.

- Среднее поле (основное состояние) определяется первой производной функционала по ядерной плотности.
- Эффективное pp- и rh-взаимодействие определяется второй производной функционала.

- КФВ-поправка к массовому оператору³:

$$\delta\Sigma^{\text{PC}} = \delta\Sigma^{\text{pole}} + \delta\Sigma^{\text{tad}}$$

$$\delta\Sigma^{\text{tad}} = \int \frac{d\omega}{2\pi i} \delta_L g_L D_L(\omega)$$



КФВ-поправка к массовому оператору. Серый кружок обозначает неполюсной (tadpole) член.

1)А.В. Смирнов, С.В. Толоконников, С.А. Фаянс, ЯФ **48**, 1661 (1988)

2)Э.Е. Саперштейн, С.В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016).

3)V.A. Khodel, E.E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).

Ангармонические эффекты второго порядка в рамках ядерной квантовой теории многих тел

- Амплитуда перехода¹ между однофононными состояниями в ядрах без спаривания

$$M_{ss'} = VGg_s Gg_{s'}G + \underbrace{VGG\delta_s FGGg_{s'}}_{\text{незначительно}^2} \rightarrow M_{SS'} = \text{---} \langle \text{v} | \text{---} \left[\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right] \text{---} \langle \text{v} | \text{---} \delta_s F \text{---} \langle \text{---} | \text{---} \rangle$$

$$M_{ss'} = M_{ss'}^{(1)} + M_{ss'}^{(2)} = \sum_{123} [V_{12}(g_{31}^s)^* g_{23}^{s'} A_{123}^{(1)} + V_{12} g_{31}^{s'} (g_{23}^s)^* A_{123}^{(2)}],$$

Нижние индексы – одночастичные квантовые числа $l=(n_1; j_1; l_1; m_1)$ Суммирование по одночастичному базису до 100 MeV

- Пропагатор $A_{123}^{(1)}$ – интеграл от трех функций Грина

$$A_{123}^{(1)}(\omega_s, \omega_{s'}) = \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_s)d\varepsilon, \quad A_{123}^{(12)} = A^{(1)} + A^{(2)} = A_{\text{КФМ}} + A_{\text{КОС}}$$

- Вероятность перехода $B(EL)(I_s \rightarrow I_{s'})$ с энергией $\omega = \omega_s - \omega_{s'}$:

$$B(EL) = \frac{1}{2I_s + 1} |\langle I_s || M_L || I_{s'} \rangle|^2$$

1)В.А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976).

2)D. A. Voitenkov [et al.], Physical Review C. **85** P. 054319. 2012

Корреляции в основном состоянии (КОС):

МХФ

$$A(\omega) = \int G_1 G_2 d\varepsilon$$

Двухквазичастичные КОС

-порождены интегралом от **двух ФГ**

-малы

Четырехквазичастичные КОС в МХФ

-появляются при решении интегрального уравнения, как следующая итерация двухчастичных КОС

-малы

Наш подход

$$A(\omega) = \int G_1 G_2 G_3 d\varepsilon$$

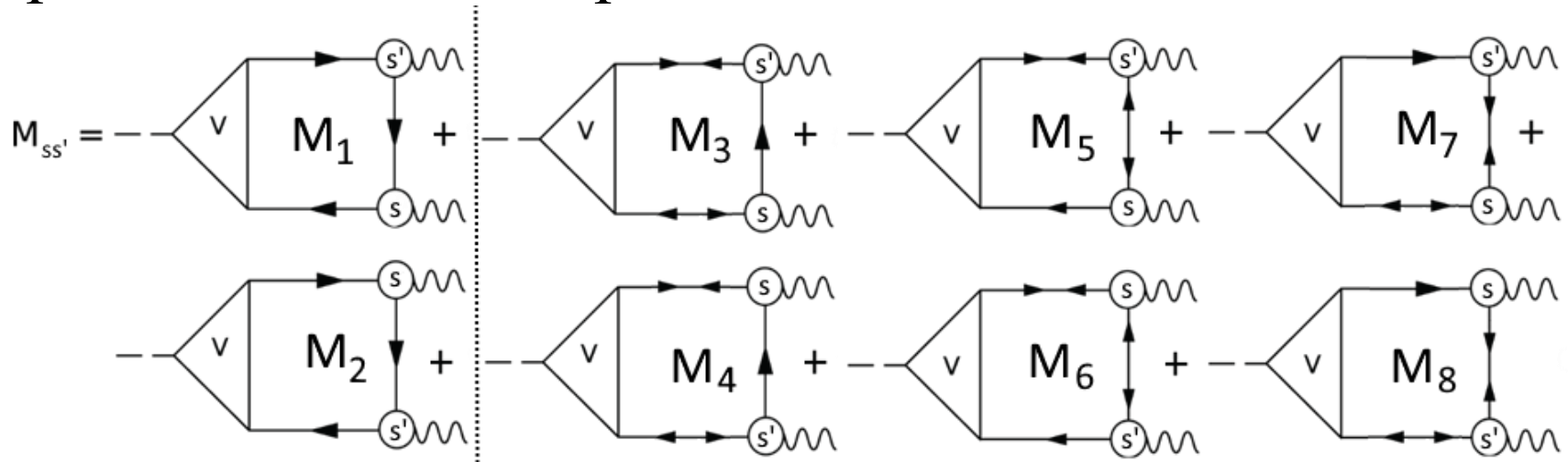
$$G_1 = G_1^p + G_1^h$$

Трехквазичастичные КОС

-появляются благодаря двум частям ФГ, при расчете интеграла **от трех ФГ**

-значительны

Ангармонические эффекты второго порядка в рамках ядерной квантовой теории многих тел



- Для учета спаривания нужно использовать набор функций Грина G и аномальных функций Грина F :

$$G_1(\varepsilon) = G_1^h(-\varepsilon) = \frac{u_1^2}{\varepsilon - E_1 + i\delta} + \frac{v_1^2}{\varepsilon + E_1 - i\delta}$$

$$F_1^{(1)}(\varepsilon) = F_1^{(2)}(\varepsilon) = -\frac{\Delta_1}{2E_1} \left[\frac{1}{\varepsilon - E_1 + i\delta} + \frac{1}{\varepsilon + E_1 - i\delta} \right],$$

где

$$E_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \mu)^2 + \Delta_1^2}, u_1^2 = (E_1 + \varepsilon_1 - \mu) / 2E_1 = 1 - v_1^2$$

Трехквaziчастичные корреляции в основном состоянии

Для амплитуды перехода между состояниями I_s и $I_{s'}$, с энергиями ω_s и $\omega_{s'}$:

$$M_{ss'} = M_{12} + M_{34} + M_{76} + M_{58}; M_{12} = M_1 + M_2; M_1 = \sum_{123} \langle 1|V|2\rangle \langle 2|g^{s'}|3\rangle \langle 3|g^s|1\rangle A_1$$

$$A_{123}^{(12)} = A_{123}^{(1)} + A_{123}^{(2)} = \frac{2(E_{13}E_{23} + \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} (u_1^2 u_2^2 v_3^2 - v_1^2 v_2^2 u_3^2) +$$

$$\frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_{s'}^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} (u_1^2 v_2^2 u_3^2 - v_1^2 u_2^2 v_3^2) + \frac{2(E_{31}E_{21} - \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} (v_1^2 u_2^2 u_3^2 - u_1^2 v_2^2 v_3^2),$$

КОС

$$A_{123}^{(34)} = A_{123}^{(3)} + A_{123}^{(4)} =$$

$$\frac{\Delta_1 \Delta_2}{4E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) \cdot \left(\frac{2(E_{13}E_{23} + \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \frac{2(E_{32}E_{12} + \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_{s'}^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \frac{2(E_{31}E_{21} - \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right),$$

$$A_{123}^{(76)} = A_{123}^{(7)} + A_{123}^{(6)} =$$

$$\frac{\Delta_1 \Delta_3}{4E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) \cdot \left(\frac{2(E_{13}E_{23} + \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \frac{2(E_{32}E_{12} - \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_{s'}^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right),$$

$$A_{123}^{(58)} = A_{123}^{(5)} + A_{123}^{(8)} =$$

$$\frac{\Delta_2 \Delta_3}{4E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \cdot \left(\frac{2(E_{13}E_{23} + \omega_s\omega_{s'})}{(E_{13}^2 - \omega_s^2)(E_{23}^2 - \omega_{s'}^2)} + \frac{2(E_{32}E_{12} - \omega\omega_{s'})}{(E_{32}^2 - \omega_{s'}^2)(E_{12}^2 - \omega^2)} + \frac{2(E_{31}E_{21} + \omega\omega_s)}{(E_{31}^2 - \omega_s^2)(E_{21}^2 - \omega^2)} \right).$$

Характеристики 2_1^+ -состояний в четных
 изотопах Sn, ω_2 (MeV) и $B(E2)\uparrow e^2b^2$

A	ω_2^{th}	ω_2^{exp}	$B(E2)^{\text{th}}$	$B(E2)^{\text{exp}}$
102	1.453	1.472	0.065	-
104	1.388	1.260	0.107	-
106	1.316	1.207	0.142	0.195 (0.039)
108	1.231	1.206	0.155	0.222 (0.019)
110	1.162	1.212	0.188	0.220 (0.022)
112	1.130	1.257	0.197	0.240 (0.014)
114	1.156	1.300	0.193	0.24 (0.05)
116	1.186	1.294	0.182	0.209 (0.006)
118	1.217	1.230	0.172	0.209 (0.008)
120	1.240	1.171	0.152	0.202 (0.004)
122	1.290	1.141	0.158	0.192 (0.004)
124	1.350	1.132	0.147	0.166 (0.004)

Характеристики 3_1^- -состояний в четных изотопах Sn, ω_3 (MeV) и $B(E3)\uparrow e^2b^3$

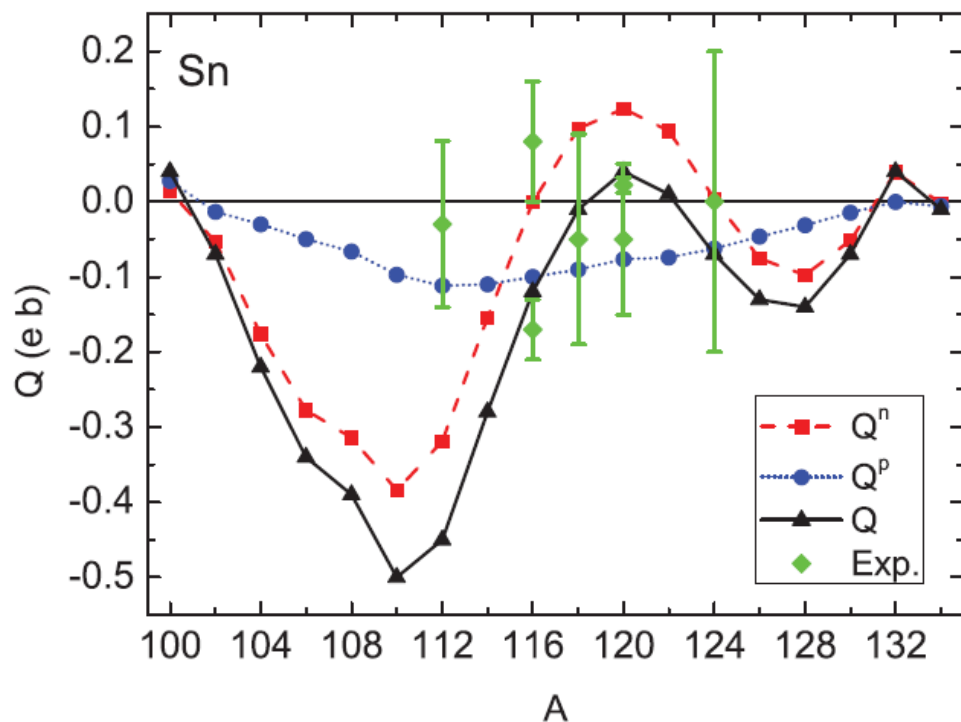
- Что особенно важно для g^2 подхода, мы имеем хорошее описание вероятностей $B(E2)\uparrow$ and $B(E3)\uparrow$

A	ω_3	ω_3^{exp}	$B(E3)$	$B(E3)^{\text{exp}}$
100	5.621	—	0.109	—
102	3.959	—	0.0565	—
104	3.643	—	0.0760	—
106	3.457	—	0.0901	—
108	3.350	—	0.0959	—
110	3.282	2.459	0.0996	—
112	3.221	2.355	0.102	0.087(12)
114	3.157	2.275	0.106	0.100(12)
116	3.100	2.266	0.106	0.127(17)
118	3.072	2.325	0.106	0.115(10)
120	3.069	2.401	0.112	0.115(15)
122	3.112	2.493	0.107	0.092(10)
124	3.208	2.614	0.103	0.073(10)

В предыдущих работах: квадрупольные моменты первых 2+ и 3- состояний

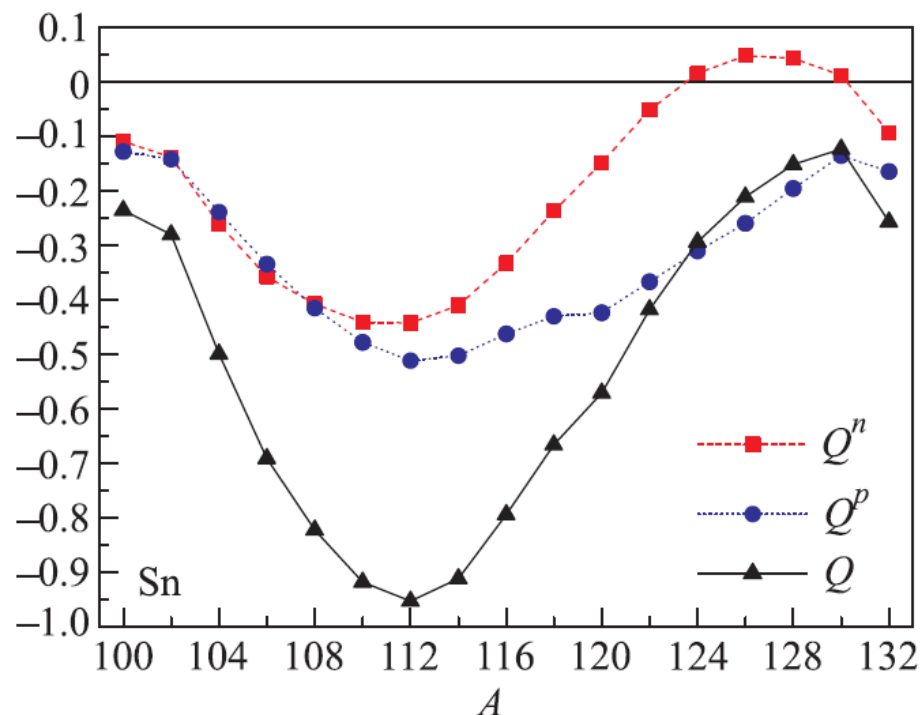
Доля КОС ~ 50%

Квадрупольные моменты 2+



Voitenkov D. A., Kamerdzhiiev S. P., Krewald S. et al., Physical Review C. **85**, 054319 (2012).

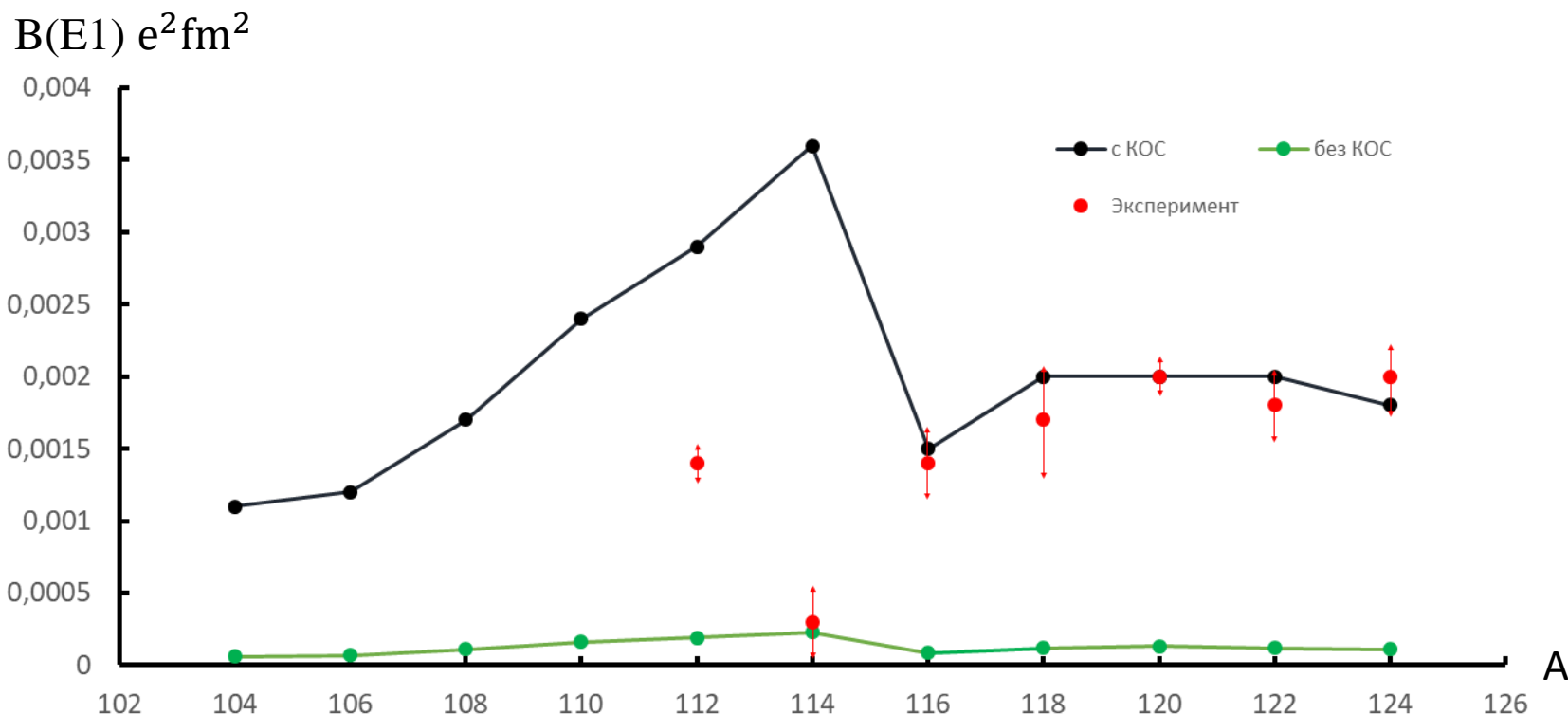
Квадрупольные моменты 3-



Камерджиев С. П., Войтенков Д. А., Саперштейн Э. Е., Толоконников С. В., Письма в ЖЭТФ, **108**, 155 (2018)

Предварительные расчеты переходов между первыми однофононными состояниями для четных изотопов олова:

- Приведенные вероятности переходов $B(E1) (3_1^- \rightarrow 2_1^+) e^2 fm^2$



Experimental data for $^{124-116}\text{Sn}$: L.I. Govor, A.M. Demidov, O.K. Zhuravlev, I.V. Michailov and E.Yu. Shkuratova, Soy. J. Nucl. Phys. 54 (1991) 196. For $^{112,114}\text{Sn}$ - ENDSF

• Приведенные вероятности переходов $B(E1) (3_1^- \rightarrow 2_1^+) e^2 fm^2$

A	$B(E1)$	$B(E1)^{Exp}$	вклад КОС в амплитуду в M_n / M_p
124	0,0018	0,0020±0,0002	74% / 74%
122	0,0020	0,0018±0,0002	74% / 74%
120	0,0020	0,0020±0,0001	73% / 74%
118	0,0020	0,0017±0,0004	72% / 74%
116	0,0015	0,0014±0,0002	72% / 74%
114	0,0036	0,0003±0,0002	70% / 72%
112	0,0029	0,0014±0,0001	70% / 72%
110	0,0024	-	70% / 71%
108	0,0017	-	70% / 71%
106	0,0012	-	69% / 71%
104	0,0011	-	71% / 71%

Заключение

- Используя параметры Фаянса DF3-а **мы получили разумное описание** переходов между первыми 3^- - and 2^+ -состояниями в большинстве изотопов Sn.
- Хорошее согласие с экспериментом получено **только** благодаря тому, что мы учитываем **два** важных эффекта: ядерную поляризуемость и трехквaziчастичные КОС.
- В отличие от **статической задачи**(расчета квадрупольных моментов) где **КОС составляли около 50%** величины, в **динамической задаче КОС обеспечивают около 70%** величины амплитуды перехода.

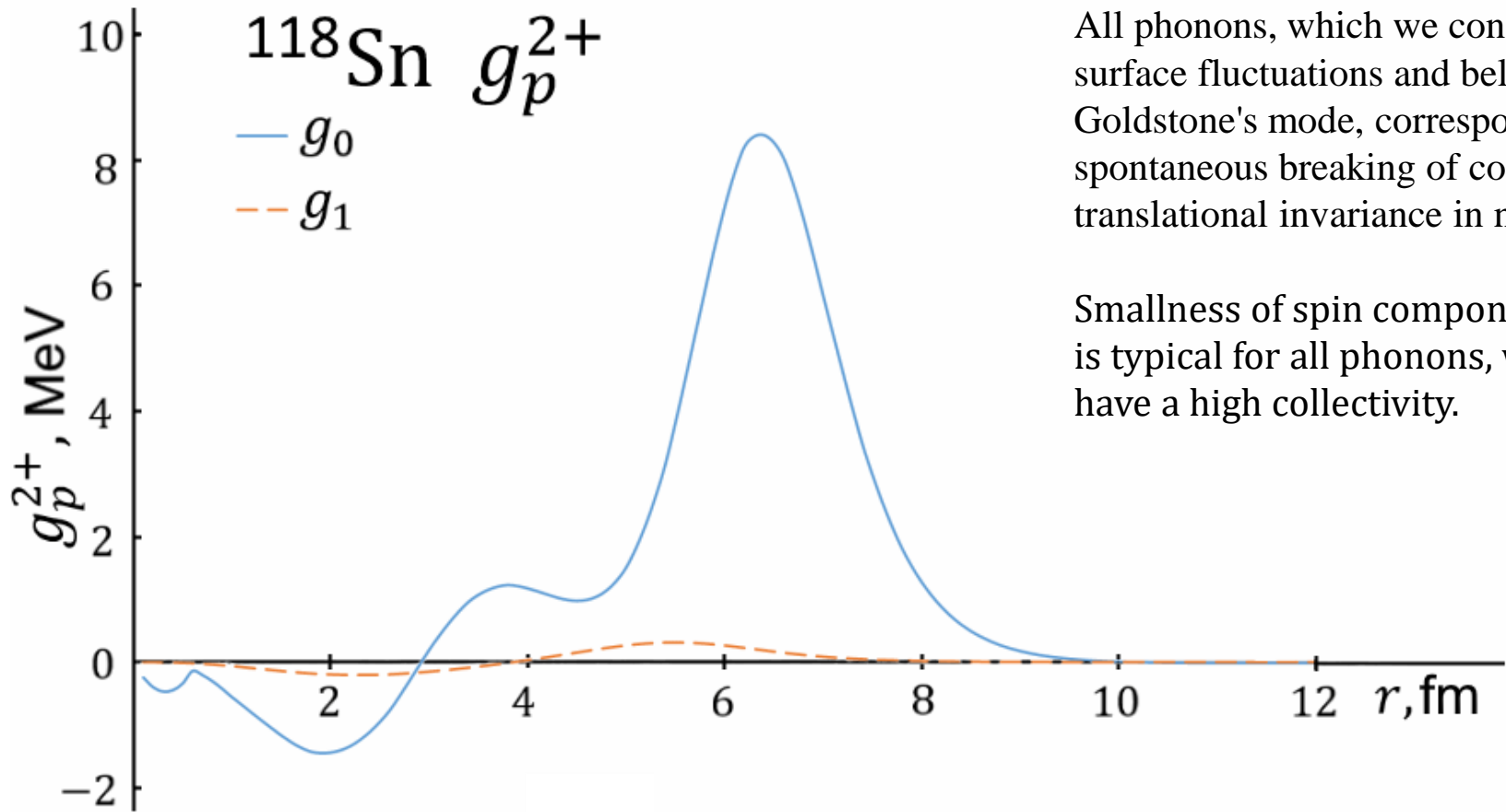
Работа поддержана внутренним грантом Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» (приказ №2767 от 28.10.21)

Спасибо за внимание!

Phonons

g_s is the sum of two components with spins $S = 0$ and $S = 1$:

- $g_s = g_{I_s 0}^s Y_{I_s M} + g_{I_s 1}^s [Y_{I_s} \otimes \sigma]_{I_s M}$



All phonons, which we consider are surface fluctuations and belong to Goldstone's mode, corresponding to spontaneous breaking of continuous translational invariance in nuclei

Smallness of spin component g_1^s is typical for all phonons, which have a high collectivity.

Таблица 1. Параметры нормальной части ЭФП Фаянса

Параметр	DF3 [29]	DF3-a [30]
μ_0 [МэВ]	-16.05	-16.05
r_0 [фМ]	1.147	1.145
K_0 [МэВ]	200	200
β [МэВ]	28.7	28.7
a_+^v	-6.598	-6.575
h_{1+}^v	0.163	0.163
h_{2+}^v	0.724	0.725
a_-^v	5.565	5.523
h_{1-}^v	0	0
h_{2-}^v	3.0	3.0
a_+^s	-11.4	-11.1
h_+^s	0.31	0.31
a_-^s	-4.11	-4.10
h_-^s	0	0
r_c [фМ]	0.35	0.35
κ	0.216	0.190
κ'	0.077	0.077
g_1	0	0
g_1'	-0.123	-0.308

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{V}_0 = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{F}^{\omega\xi} & \mathcal{F}^{\omega\xi} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi & \mathcal{F}^{\xi\omega} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathcal{L}(\omega) & \mathcal{M}_1(\omega) & \mathcal{M}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(\omega) & -\mathcal{N}_1(\omega) & \mathcal{N}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(-\omega) & -\mathcal{N}_1(-\omega) & \mathcal{N}_2(-\omega) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{F}_1^s = C_0 r_0^2 (g_1 + g_1' \tau_1 \tau_2) \times \\ \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2) (\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2).$$

$$\mathcal{F}^\xi = C_0 f^\xi = \\ = C_0 \left(f_{\text{ex}}^\xi + h^\xi x^{2/3} + f_{\nabla}^\xi r_0^2 (\nabla x)^2 \right)$$

$$\delta_L \mathcal{F} = \frac{\delta \mathcal{F}(\rho)}{\delta \rho} \delta \rho_L, \quad \delta \rho_L = A g_L$$