

Спектры атмосферных нейтрино: статистический анализ сравнения расчета с экспериментом

A. A Kochanov^{1,2}, K. S. Kuzmin^{3,4}, A. D. Morozova^{2,3},
T. Sinegovskaya⁵, S. Sinegovsky^{2,3}

- ¹ Институт солнечно-земной физики СО РАН
- ² Иркутский госуниверситет
- ³ Объединенный институт ядерных исследований
- ⁴ Институт теоретической и экспериментальной физики,
- ⁵ Иркутский государственный университет путей сообщения

36-я ВККЛ, НИИЯФ МГУ, Москва 28.09 – 02.10, 2020

Задача

В работе представлены результаты сравнения расчета с данными измерений спектра атмосферных нейтрино с использованием χ^2 -критерия. Статистический анализ представляет интерес, поскольку позволяет понять, насколько близки предсказания к данным, полученным в эксперименте, различимы ли в измерениях предсказания разных моделей.

Расчет спектров атмосферных нейтрино выполнен для набора высокоэнергетических моделей адрон-ядерных взаимодействий, которые используются также в пакетах моделирования ШАЛ (QGSJET II, SIBYLL 2.1 и др.).

В.А.Наумов, Т.С. Синеговская, ЯФ 63 (2000) 2020;

**А.А. Kochanov, Т.С. Sinegovskaya, S.I. Sinegovsky,
Astropart. Phys. 30 (2008) 219; ЖЭТФ 143 (2013) 459**

T.S. Sinegovskaya et al. Phys. Rev. D 91 (2015) 063011

А. Д. Морозова и др. ЯФ. 2019. Т. 82. С.411

Введение

- ✓ **Нейтрино и мюоны высоких энергий генерируются в слабых распадах мезонов и барионов, образующихся в результате взаимодействия космических лучей с атмосферой Земли. Исследование механизма генерации лептонов в атмосферном каскаде представляет интерес как отдельная задача в исследовании процессов рождения частиц в hA -взаимодействиях при высоких энергиях, и особенностей спектра и элементного состава космических лучей высоких энергий.**
- ✓ **Атмосферные нейтрино являются фоном при регистрации астрофизических нейтрино.**

- ✓ В работе выполнен статистический анализ сравнения расчетных спектров атмосферных нейтрино с данными измерений в экспериментах Frejus, Super-Kamiokande, AMANDA, ANTARES и IceCube. Расчет спектров атмосферных нейтрино был выполнен рамках одной вычислительной схемы для набора моделей адрон-ядерных взаимодействий (QGSJET II-03, SIBYLL 2.1 и др.), используемых также и при моделировании ШАЛ космических лучей, в сочетании с известными параметризациями спектра космических лучей (Зацепина-Сокольской, Хилласа-Гайссера), опирающимися на экспериментальные данные. Для количественного сравнения расчетных энергетических спектров с измеренными спектрами использовался критерий χ^2 : максимально правдоподобной (likelihood) моделью будем считать модель, для которой величина χ^2 минимальна. Анализ позволил оценить уровень статистической значимости различных моделей в контексте соответствия экспериментальным данным.

$Z(E, h)$ -метод расчета

- Расчет спектров атм. нейтрино выполнен в рамках $Z(E, h)$ -метода, позволяющего рассчитать потоки адронов, мюонов и нейтрино для нестепенного спектра космических лучей, нескейлингового поведения инклюзивных сечений и растущих с энергией неупругих сечений адрон-ядерных соударений.
- Метод был проверен сравнением расчета потоков атмосферных нуклонов, мезонов и мюонов с данными большого числа экспериментов. Расчет не содержит нормировочных коэффициентов и позволяет оценить влияние первичного спектра и адронной модели на абсолютную величину потока нейтрино.

В.А.Наумов, Т.С. Синеговская, ЯФ 63 (2000) 2020;

А.А. Kochanov et al. Astropart. Phys. 30 (2008) 219; ЖЭТФ 143 (2013) 459;

T.S. Sinegovskaya et al. Phys. Rev. D 91 (2015) 06301

Спектры космических лучей

Потоки атмосферных нейтрино в данной работе рассчитаны для двух параметризаций спектра и состава космических лучей - Зацепина–Сокольской и Хилласа–Гайссера.

- Спектр Зацепина–Сокольской (ZS) опирается на данные прямых измерений, полученные в эксперименте ATIC-2 [Панов А.Д. и др. Изв. РАН. Сер. физ. 2007. Т. 71. С. 512] в интервале энергий $10\text{--}10^4$ ГэВ, и является экстраполяцией этих данных на область энергий до 100 ПэВ;
- В модели Хилласа–Гайссера ($N_3 = NGm$): три типа источников и пять групп ядер); используется версия со смешанным составом для внегалактической компоненты (NGm).

Zatsepin V.I., Sokolskaya N. V. *Astron. Astrophys.* 2006. V. 458. P. 1;

Зацепин В.И., Сокольская Н.В. *Письма в Астроном. журнал.* 2007. Т.33, №1. С.29

T.K. Gaisser, *Astropart. Phys.*35 (2012) 801

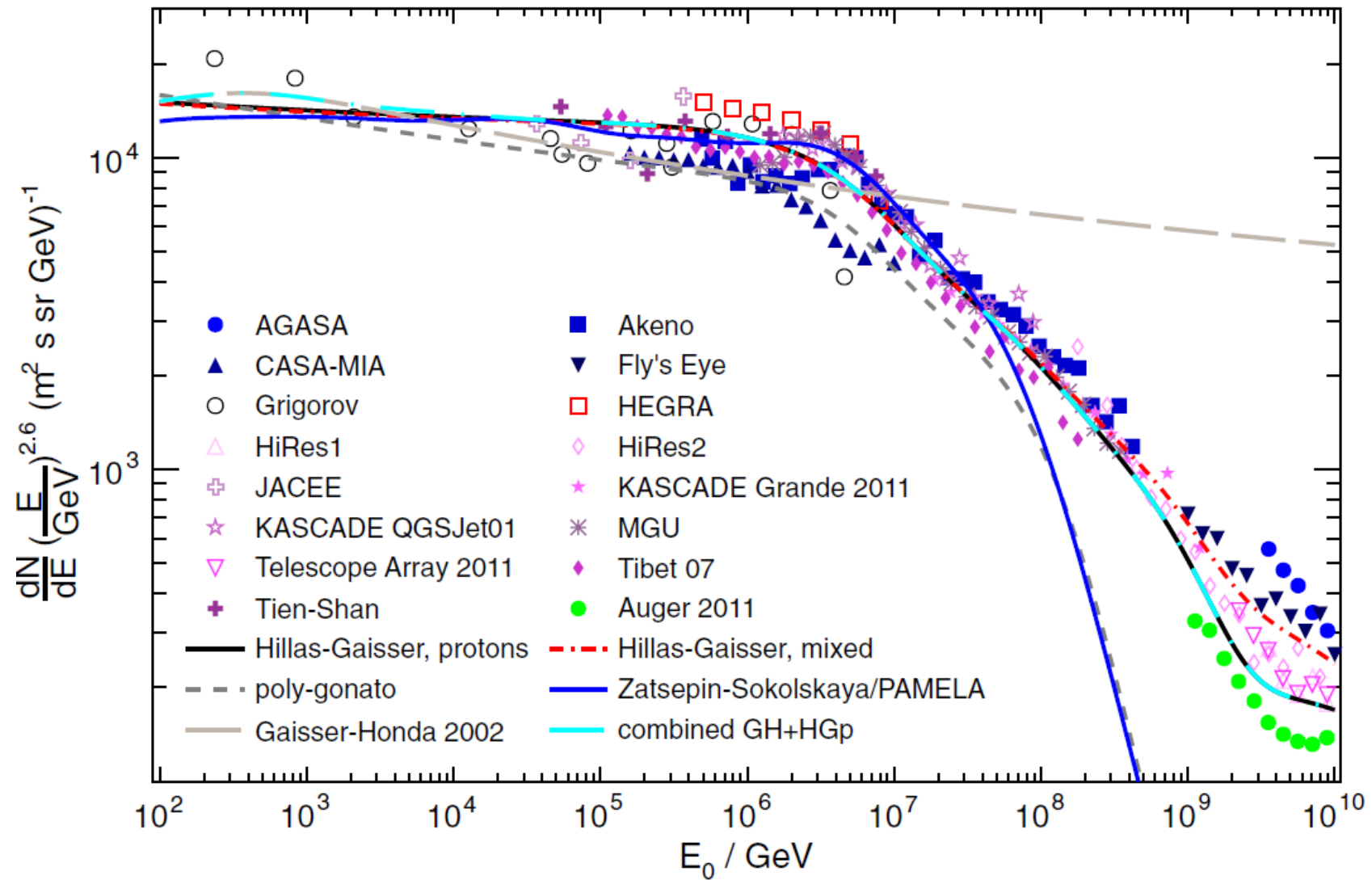
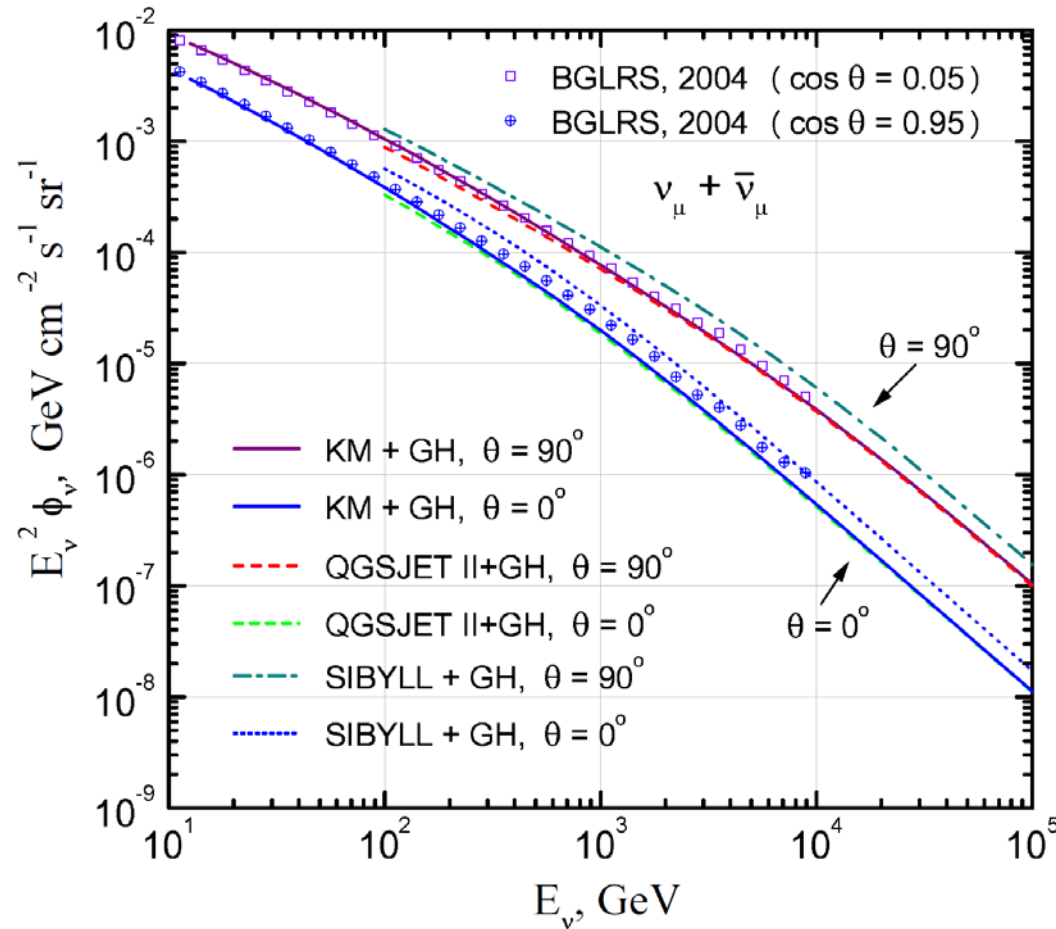


Fig.1 All-particle spectrum as measured by ground-based arrays
A.Fedynitch et al. PR D 86, 114024 (2012)

Comparison with MC calculation

A. A. Kochanov, T. S. Sinegovskaya, S. I. Sinegovsky/
Proc. 31st ICRC, ŁODZ 2009; arXiv:0906.0671v2



VS. Bartol group:

G. Barr, T. Gaisser, P. Lipari, S. Robbins, T. Stanev,
PR D 70, 023006 (2004).

К тому моменту когда заработал детектор AMANDA расчетный фон АН с какой-то степенью надежности был известен только до 10 ТэВ (М-К). Дальше возрастает неопределенность, а экстраполяция результатов моделирования на область более высоких энергий (на практике используется) неоднозначна по нескольким причинам, в т.ч. из-за неизвестного вклада от распада очарованных частиц.

Спектр атмосферных нейтрино-1

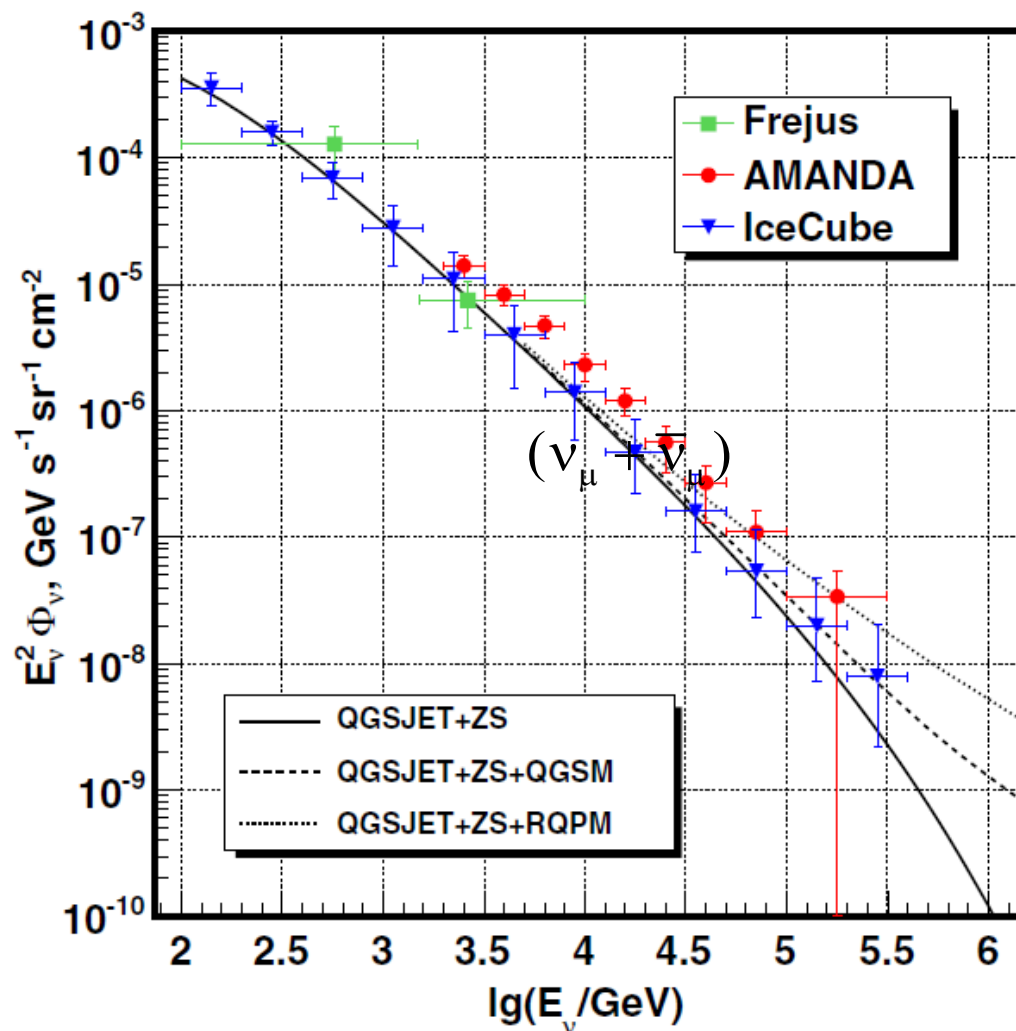


Fig.1

K. Daum et al. Z. Phys. C 66 (1995) 417

R. Abbasi et al. Astropart. Phys. 34 (2010) 48

R. Abbasi et al. PR D 83 (2011) 12001

Спектр атмосферных нейтрино-2

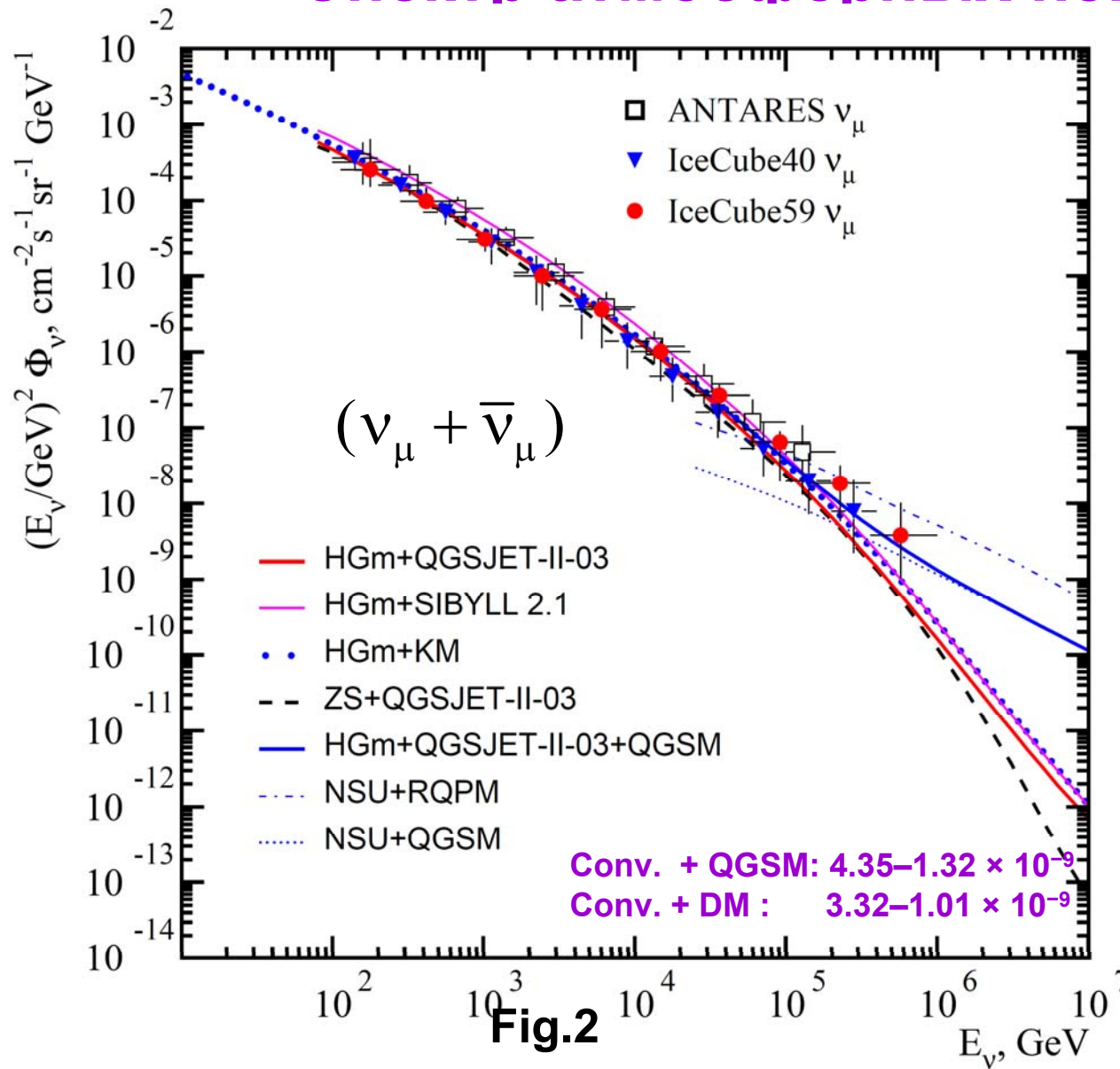


Fig.2

IceCube-59:
 M. G. Aartsen et al. *Eur. Phys. J. C* 75 (2015) 116

T.S. Sinegovskaya et al. *Phys. Rev. D* 91, 063011 (2015)

DM: R. Enberg, M. H. Reno, I. Sarcevic, *Phys. Rev. D* 78, 043005 (2008)

IceCube не видит “прямых” нейтрино даже для DM - benchmark-модели, с по которой построено ограничение на поток of prompt neutrinos.

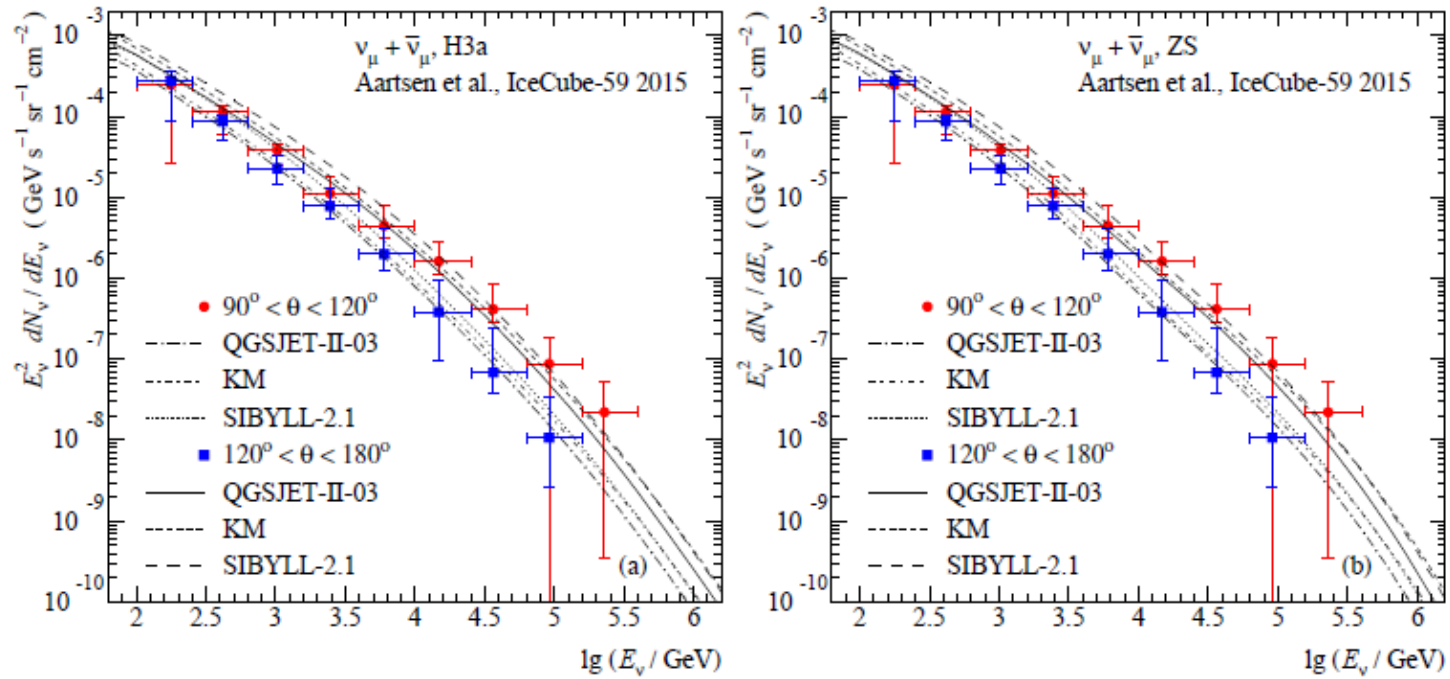
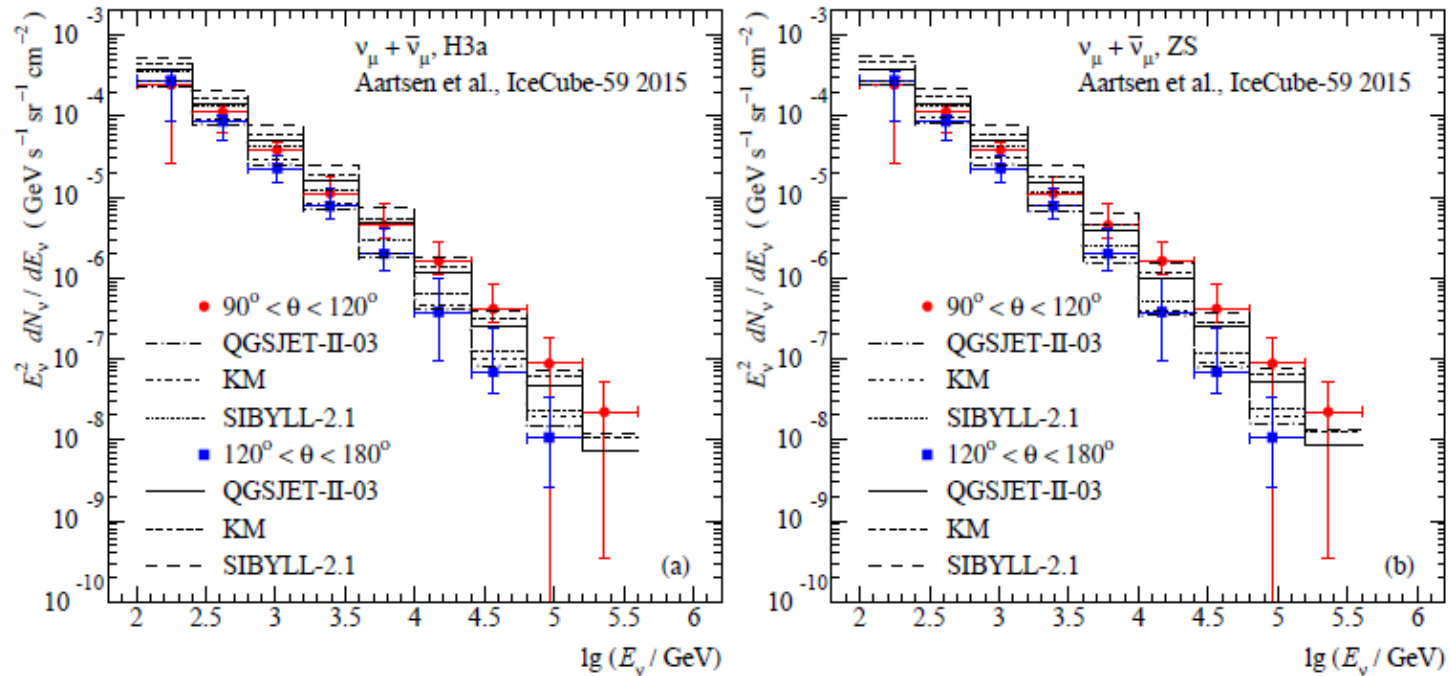
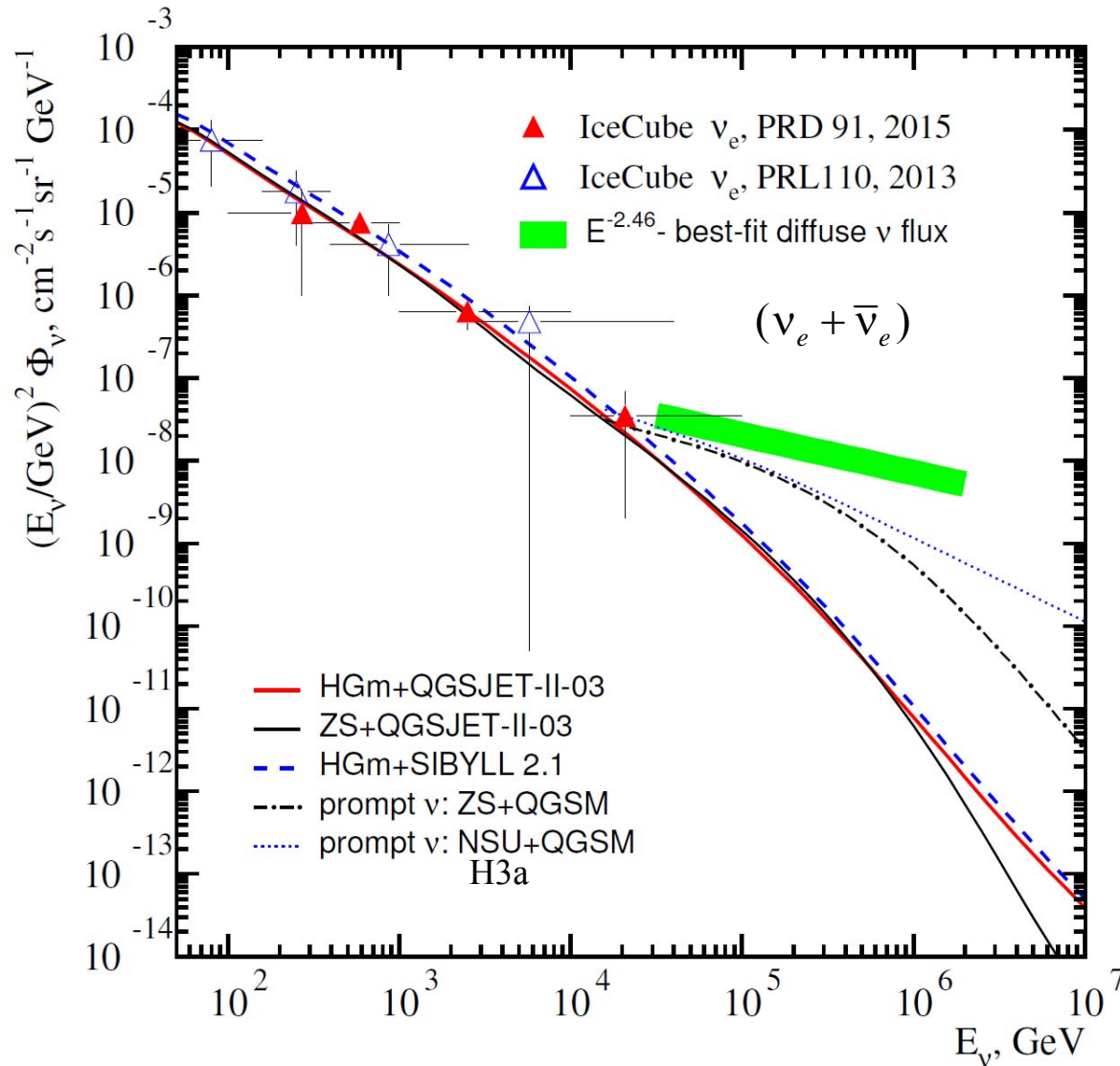


Figure 4. (Color online)



02.

Спектр атмосферных электронных нейтрино



IceCube ν_e : Phys. Rev. Lett. 110 (2013) 151105;

M. Aarsten et al. (IceCube), Phys. Rev. D 91, 122004 (2015).

Адронные модели:
QGSJET II-03 и SIBYLL 2.1;
спектры КЛ: Зацепин-Сокольская (ZS) и Хиллас-Гайссер (HGm).

(HGm) T.Gaisser, Astropart. Phys. 24 (2012) 801, arXiv:1303.1431. (HGm \equiv H3a)

(ZS) V.I.Zatsepin, N.V.Sokolskaya, A & A. 458 (2006) 1.

T.S. Sinegovskaya et al. Phys. Rev. D 91 (2015) 063011

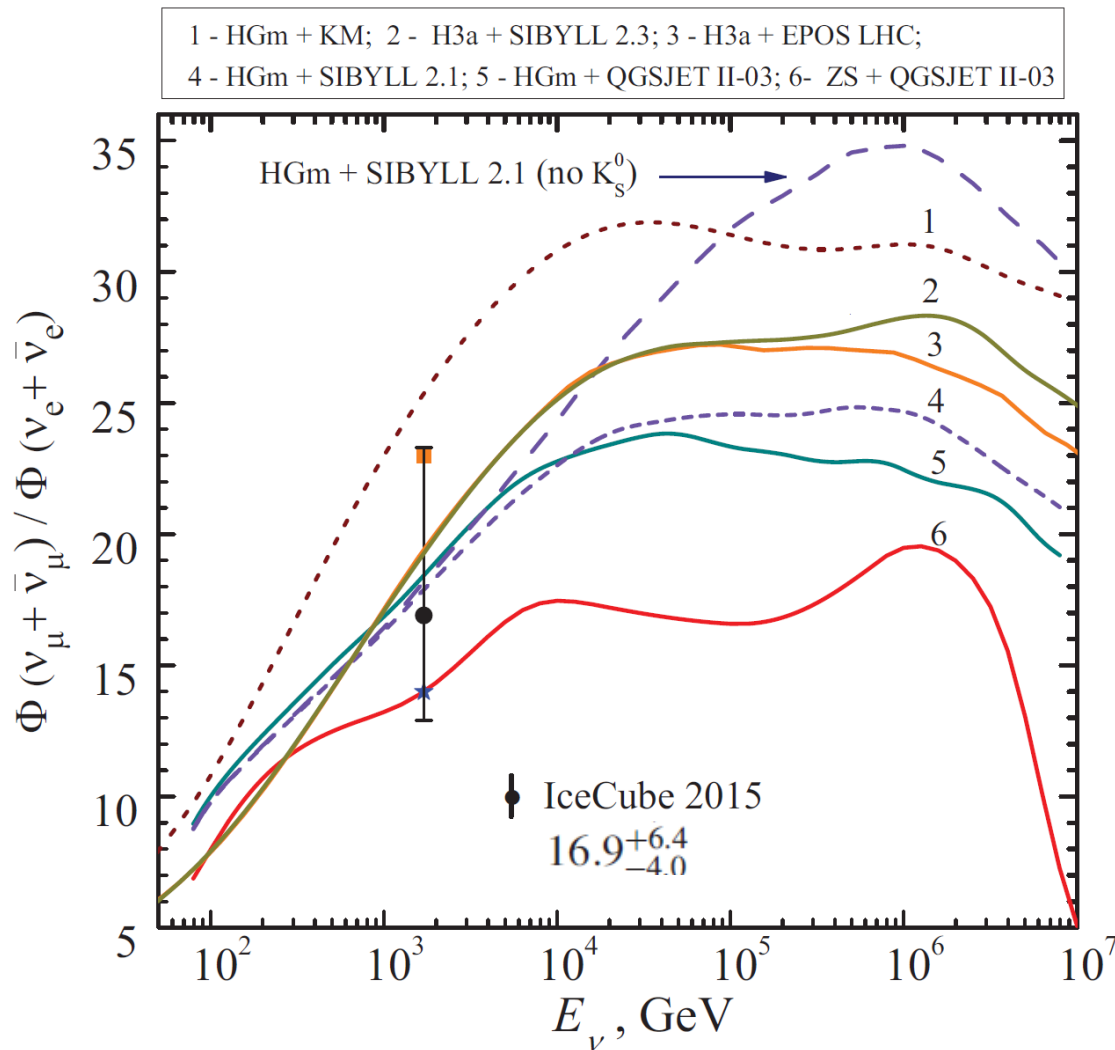
Спектр $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$, усредненный по зенитному углу

02.10.2020

S.Sinegovsky / Atm. neutrinos

12

ν_μ / ν_e - отношение для атмосферных нейтрино



A D Morozova et al. J. Phys. Conf. Ser. 934 (2017) 012008

Impact of semileptonic decay of K_S^0 on the flavor ratio of neutrinos at 50–100 TeV is strong: this contribution in SIBYLL 2.1 leads to lowering of $R_{\nu\mu/\nu e}$ by factor ~ 1.28 at ~ 100 TeV (curve 4 in fig. 3) as compared to that if no K_S^0 decay (long dash curve).

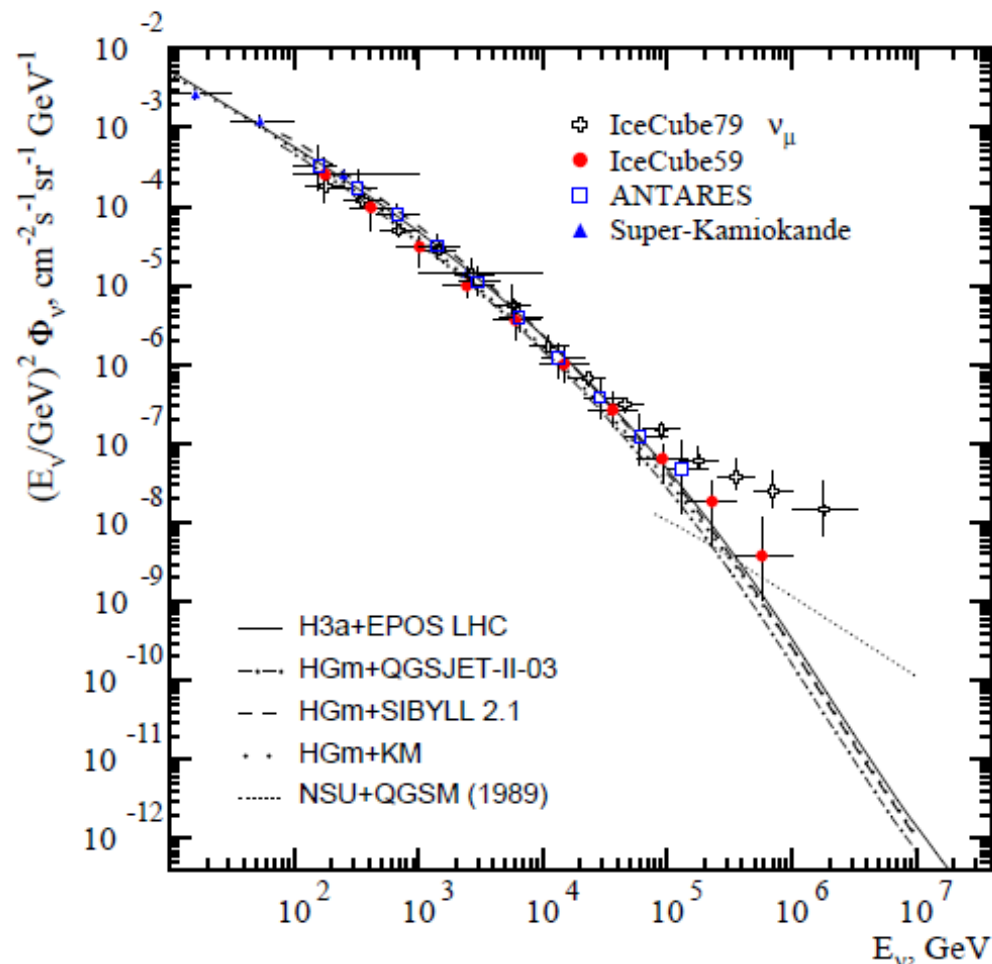
M.G. Aarsten et al. 2015
Phys. Rev. D 91 122004

M. Honda et al. PR D 75, 043006 (2007)

G. D. Barr et al., PR D 70, 023006 (2004)

Fig 8. Atmospheric neutrino flavor ratio averaged and over zenith angles. The calculation for the models KM, SIBYLL 2.1 (2.3), QGSJET II-03, EPOS-LHC.

Atmospheric and astrophysical $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ fluxes



Atmospheric muon neutrino spectrum $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ (averaged over zenith angles) compared to measurement data of IceCube [2, 3], ANTARES [4], and Super-Kamiokande [5].

We see spectral hardening of the muon neutrino flux due to additional contribution of astrophysical neutrinos, unlike the muon flux (it's spectral hardening is caused by the prompt muon component). We have a right to expect the prompt neutrinos which should give quantitatively the same effect, however iceCube doesn't find it.

$dN_{\nu_{\mu} + \bar{\nu}_{\mu}}/dE$ и значения χ^2/ndf

	H3a, KM (ZS, KM)	H3a, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	H3a, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [4], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	1.15/12 = 0.10	0.56/12 = 0.05	14.94/12 = 1.24
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 120^\circ$	10.96/9 = 1.22 (12.66/9 = 1.41)	4.60/9 = 0.51 (4.79/9 = 0.53)	35.05/9 = 3.89 (36.15/9 = 4.02)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^\circ < \theta < 180^\circ$	0.97/8 = 0.12 (1.22/8 = 0.15)	0.41/8 = 0.05 (0.52/8 = 0.07)	10.63/8 = 1.33 (11.49/8 = 1.44)
Совместный анализ данных IceCube [4,3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)

IceCube-59: M. G. Aartsen et al. Eur. Phys. J. C 75 (2015) 116

Значения χ^2 для двух растворов зенитных углов заметно отличаются !

- (1) Угловая зависимость модели заметно отличается от реальной ?
- (2) Ошибки определения зенитного угла нейтрино в эксперименте ?
- (3) Примесь фоновых событий от атмосферных мюонов к нейтринным событиям вблизи горизонта ?

$dN_{\nu_{\mu}+\bar{\nu}_{\mu}}/dE$ и значения χ^2/ndf

	НЗа, КМ (ZS, КМ)	НЗа, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	НЗа, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [4], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	1.15/12 = 0.10	0.56/12 = 0.05	14.94/12 = 1.24
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 120^\circ$	10.96/9 = 1.22 (12.66/9 = 1.41)	4.60/9 = 0.51 (4.79/9 = 0.53)	35.05/9 = 3.89 (36.15/9 = 4.02)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^\circ < \theta < 180^\circ$	0.97/8 = 0.12 (1.22/8 = 0.15)	0.41/8 = 0.05 (0.52/8 = 0.07)	10.63/8 = 1.33 (11.49/8 = 1.44)
Совместный анализ данных IceCube [4,3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)
Совместный анализ данных IceCube [4,3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)
Adrian-Martinez et al., ANTARES 2013 [6], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	1.32/10 = 0.13	3.27/10 = 0.33	2.17/10 = 0.22
Abbasi et al., AMANDA-II 2010 [7], $100^\circ < \theta < 180^\circ$	21.43/9 = 2.38	31.38/9 = 3.49	6.52/9 = 0.72

Super-Kamiokande: другие модели

Phys. Rev. D 94, 052001 (2016)

TABLE V. χ^2 values calculated by testing the measured flux against each flux model prediction according to Eq. (3.12). The number of degrees of freedom (DOF) in each test is also shown.

Flux model	χ^2		
	ν_e and ν_μ	ν_e only	ν_μ only
HKKM11 [20]	22.2	5.3	12.2
HKKM07 [19]	22.5	6.8	12.1
Bartol [21]	30.7	6.6	17.0
FLUKA [22]	25.6	5.4	15.2
DOF	23	11	12

$p = 0.51$ for HKKM11

$p = 0.13$ for Bartol

$p = 0.32$ for FLUKA

flux model case. The normalization and spectral index agrees within the 1σ error for every model, except from the fitted spectral index of FLUKA ν_μ which deviates by 2.7σ .

Статистический анализ

χ^2 - критерий согласия расчета с экспериментом

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{ndf} \frac{(\Phi_i^{\text{exp}} - \Phi_i^{\text{calc}})^2}{(\Delta\Phi_i^{\text{exp}})^2} \quad (1)$$

В выражении (1) пренебрегают различием между величинами статистических ошибок измерений, оцененных “сверху” и “снизу” центрального значения потока, и используют в анализе средние значения. Это допущение качественно не влияет на результаты вычислений χ^2 и выводы анализа, поскольку ошибки измерений потоков составляют от 30% до более 100%.

Значения границ энергетических бинов, полученные в экспериментах, определяют по сути статистические ошибки измерения средних энергий, которые должны быть учены в расчете χ^2 . Для этого расчетные кривые были усреднены в каждом экспериментальном бине по энергии

$$\langle \Phi_\nu(\bar{E}_i) \rangle = \frac{1}{\Delta E_i} \int_{E_i}^{E_{i+1}} \Phi_\nu(E) dE \quad (2)$$

Преимущество усреднения по бину

- Вычисленные по усредненным потокам значения χ^2 более аккуратны по сравнению со значениями потоков, вычисленных для средней энергии нейтрино.
- В расчете с усредненными по бинам потоками не теряется важная экспериментальная информация об ошибке определения энергии нейтрино;
- Исключается возможность случайного совпадения теоретического и экспериментального значений в точке средней энергии
- Формальное несовпадение значений в точке средней энергии не приводит к искусственному росту χ^2 , не означающему на самом деле расхождения данных и теоретического расчета.

Так выглядят экспериментальные данные IceCube-59

$\log_{10}(E/\text{GeV})$	$E^2\Phi$	$\sigma_{rel.}^{stat.} (\%)$	$\sigma_{rel.}^{syst.} (\%)$
2.25	2.54×10^{-4}	± 2.5	+63 -53
2.62	0.97×10^{-4}	± 2.3	+19 -49
3.01	3.06×10^{-5}	± 3.2	+32 -42
3.39	1.00×10^{-5}	± 4.4	+65 -28
3.78	3.64×10^{-6}	± 4.5	+69 -43
4.17	1.01×10^{-6}	± 6.7	+60 -40
4.56	2.65×10^{-7}	± 13.1	+66 -37
4.96	6.44×10^{-8}	± 19.0	+54 -52
5.36	1.85×10^{-8}	+45.8 -23.5	+61 -68
5.76	3.81×10^{-9}	+163 -26.0	+130 -68

M. G. Aartsen et al. Eur. Phys. J. C 75 (2015) 116

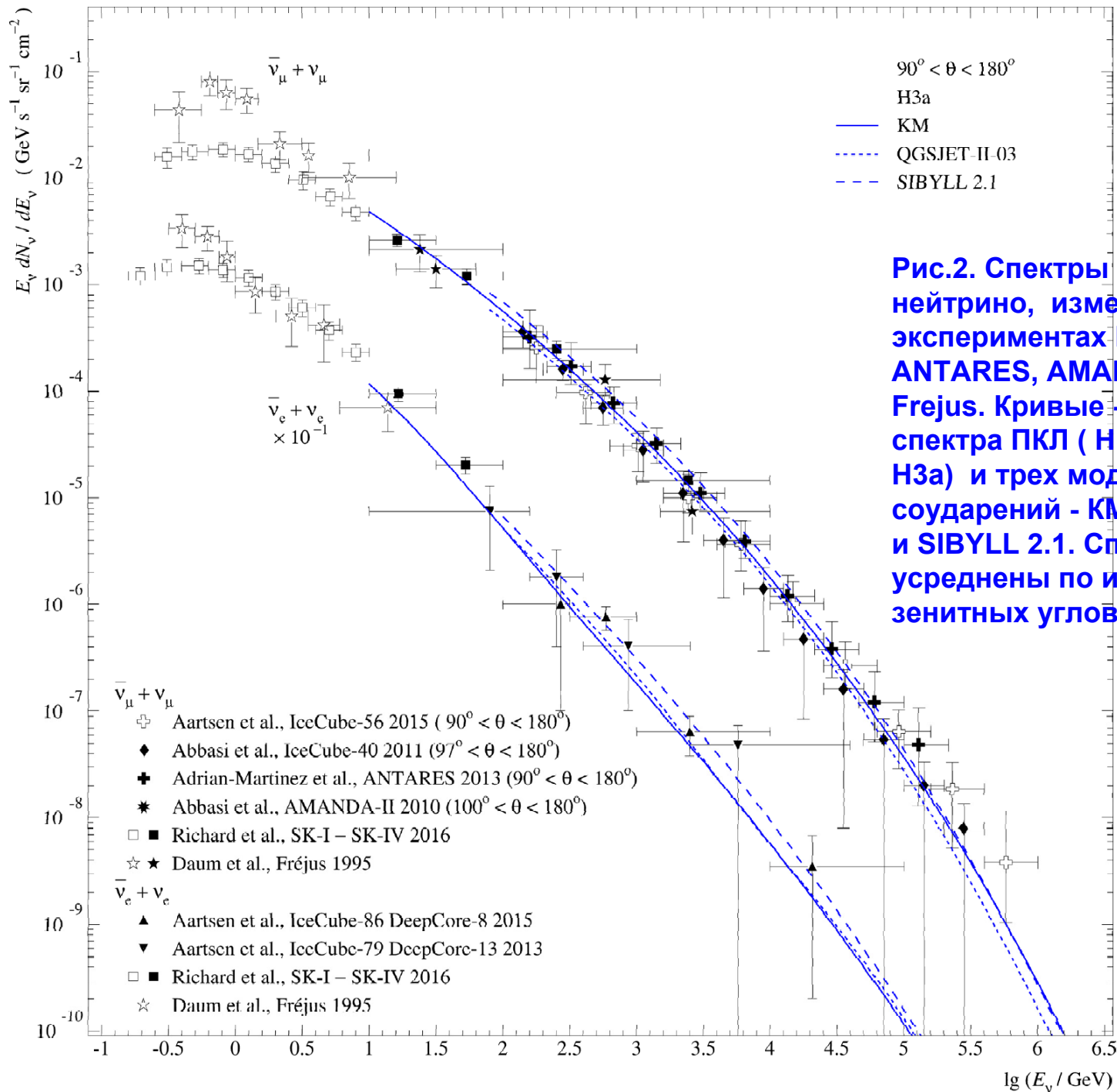
TABLE III. The results of the binned (“second”) fit to the ν_e flux for an E^{-2} spectrum, in four energy bins.

$\log_{10}E_{\nu}^{\min} - \log_{10}E_{\nu}^{\max}$	$\langle E_{\nu} \rangle$ (GeV)	$E_{\nu}^2\Phi_{\nu}$ (GeV cm ⁻² s ⁻¹ sr ⁻¹)
2.0–2.5	270	$(1.0 \pm 0.9) \times 10^{-5}$
2.5–3.0	590	$(7.6 \pm 1.9) \times 10^{-6}$
3.0–4.0	2.5×10^3	$(6.4 \pm 2.6) \times 10^{-7}$
4.0–5.0	20.7×10^3	$(3.5 \pm 3.3) \times 10^{-8}$

M. G. Aartsen et al. Phys.Rev. 91, 122004 (2015)

Table 1 Data points and uncertainties of the unfolding results

Energy range [$\log_{10}(E/\text{GeV})$]	Center energy [$\log_{10}(E/\text{GeV})$]	Flux [$E^2 \frac{\text{GeV}}{\text{sr s cm}^2}$]	Total uncertainty		Stat. uncertainty	Cov. matrix (diag. el.)
2.10–2.40	2.26	1.84×10^{-4}	+ 22%	– 3%	$\pm 3\%$	2.78×10^{-20}
2.40–2.70	2.55	1.22×10^{-4}	+ 5%	– 7%	$\pm 2\%$	3.76×10^{-20}
2.70–3.00	2.84	5.07×10^{-5}	+ 16%	– 17%	$\pm 4\%$	1.80×10^{-23}
3.00–3.30	3.17	2.80×10^{-5}	+ 6%	– 12%	$\pm 4\%$	2.62×10^{-25}
3.30–3.60	3.43	1.37×10^{-5}	+ 58%	– 27%	$\pm 4\%$	5.72×10^{-27}
3.60–3.90	3.76	5.69×10^{-6}	+ 78%	– 40%	$\pm 5\%$	7.38×10^{-29}
3.90–4.20	4.05	1.68×10^{-6}	+ 39%	– 15%	$\pm 7\%$	8.73×10^{-31}
4.20–4.50	4.36	6.69×10^{-7}	+ 17%	– 22%	$\pm 10\%$	1.62×10^{-32}
4.50–4.80	4.66	3.20×10^{-7}	+ 15%	– 23%	$\pm 10\%$	2.35×10^{-34}
4.80–5.10	4.95	1.51×10^{-7}	+ 25%	– 22%	$\pm 13\%$	6.11×10^{-36}
5.10–5.40	5.25	6.08×10^{-8}	+ 53%	– 20%	$\pm 18\%$	1.20×10^{-37}
5.40–5.70	5.55	3.71×10^{-8}	+ 76%	– 31%	$\pm 25\%$	5.43×10^{-39}
5.70–6.00	5.85	2.48×10^{-8}	+ 77%	– 36%	$\pm 35\%$	3.00×10^{-40}
6.00–6.50	6.26	1.44×10^{-8}	+ 136%	– 53%	$\pm 53\%$	5.31×10^{-42}



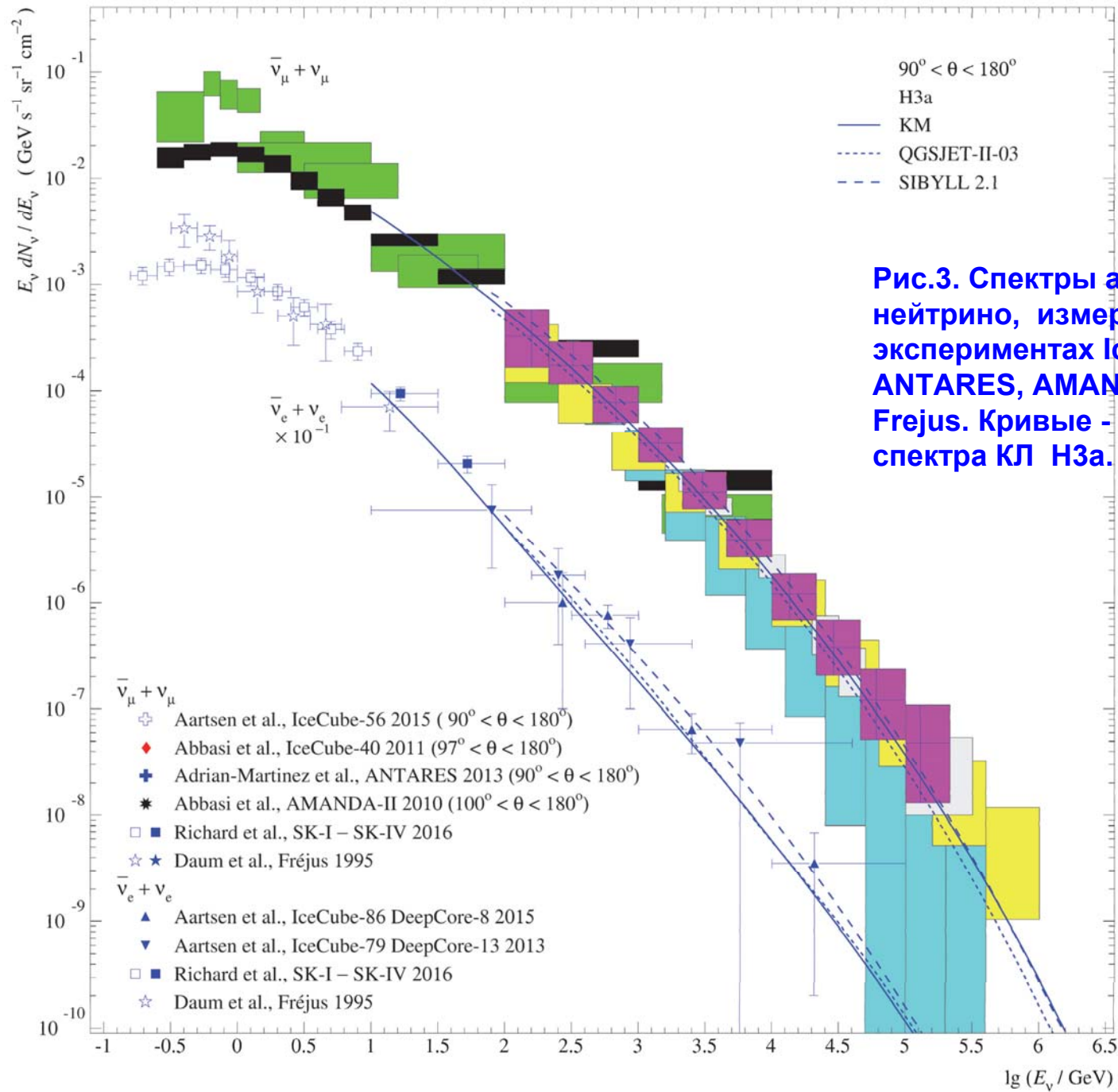


Рис.3. Спектры атмосферных нейтрино, измеренные в экспериментах IceCube, ANTARES, AMANDA-II, SK и Fréjus. Кривые - расчет для спектра КЛ H3a.

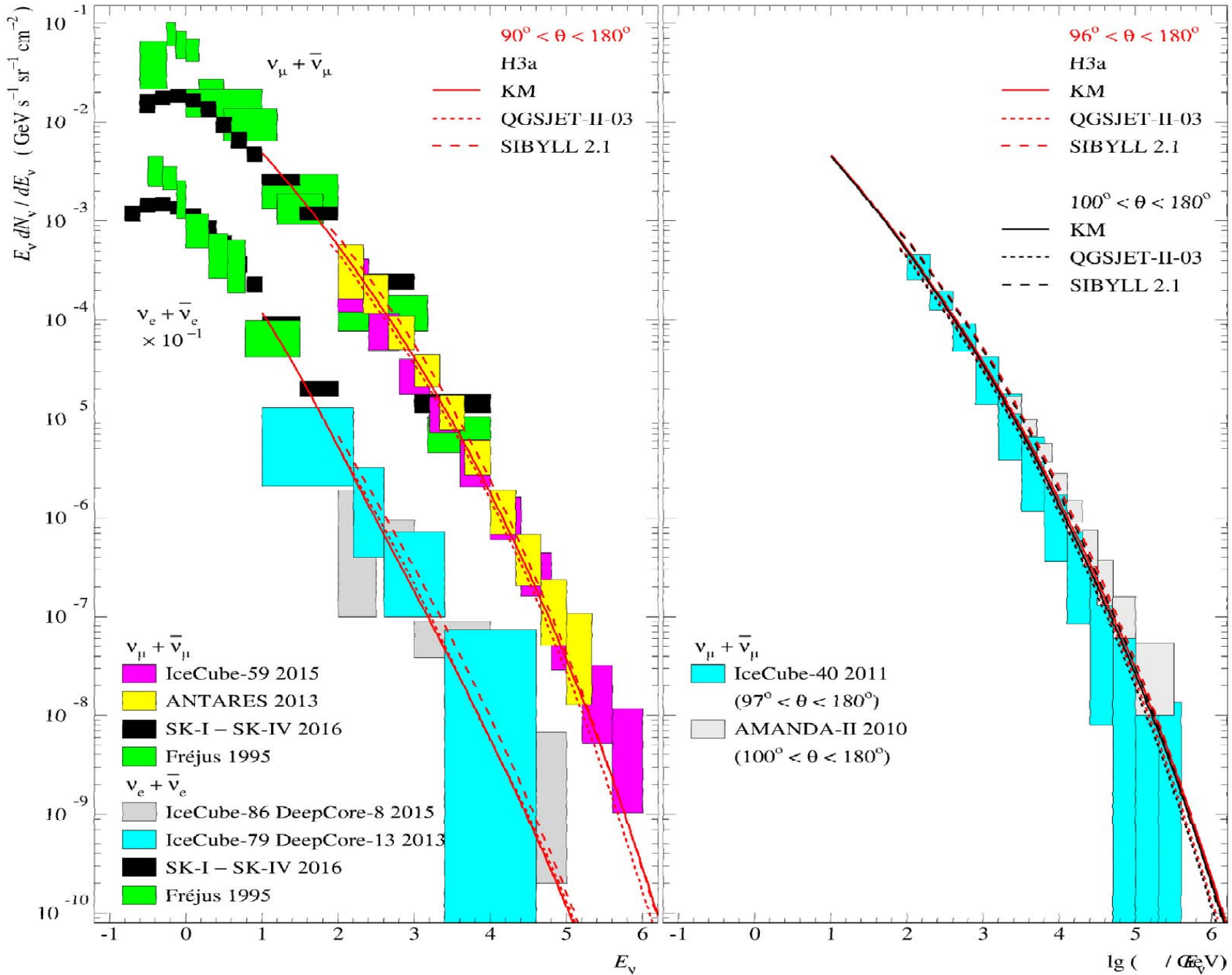


Table 6. χ^2 / ndf and p-values calculations with standard numerical Python procedure for middle point (left) and for bin-averaged data (right)

Model	χ^2/ndf	p-value	χ^2/ndf	p-value
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 120^\circ$, ndf= 9				
H3a, KM	0.79	0.62983	1.22	0.27846
H3a, QGSJET-II-03	0.31	0.97135	0.51	0.86769
H3a, SIBYLL-2.1	<i>3.00</i>	0.00138	<i>3.89</i>	5.81e-05
ZS, KM	0.89	0.53112	1.41	0.17860
ZS, QGSJET-II-03	0.31	0.97272	0.53	0.85222
ZS, SIBYLL-2.1	<i>3.01</i>	0.00135	<i>4.02</i>	3.72887
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 8				
H3a, KM	0.12	0.99854	0.12	0.99843
H3a, QGSJET-II-03	0.11	0.99875	0.05	0.99993
H3a, SIBYLL-2.1	<i>0.94</i>	0.48273	<i>1.33</i>	0.22355
ZS, KM	0.12	0.99865	0.15	0.99644
ZS, QGSJET-II-03	0.12	0.99849	0.07	0.99984
ZS, SIBYLL-2.1	0.98	0.44925	<i>1.44</i>	0.17545

M. G. Aartsen et al., Eur. Phys. J. C 75 (2015) 116

Table 3. Группы экспериментальных данных $dN_{\nu_\mu+\bar{\nu}_\mu}/dE$ и значения χ^2/ndf .

	Н3а, KM (ZS, KM)	Н3а, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	Н3а, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [4], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	1.15/12 = 0.10	0.56/12 = 0.05	14.94/12 = 1.24
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 120^\circ$	10.96/9 = 1.22 (12.66/9 = 1.41)	4.60/9 = 0.51 (4.79/9 = 0.53)	35.05/9 = 3.89 (36.15/9 = 4.02)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^\circ < \theta < 180^\circ$	0.97/8 = 0.12 (1.22/8 = 0.15)	0.41/8 = 0.05 (0.52/8 = 0.07)	10.63/8 = 1.33 (11.49/8 = 1.44)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	11.93/17 = 0.70 (13.88/17 = 0.82)	5.01/17 = 0.30 (5.31/17 = 0.31)	45.68/17 = 2.69 (47.64/17 = 2.80)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	4.79/10 = 0.48	3.58/10 = 0.36	17.98/10 = 1.80
Совместный анализ данных IceCube [4, 3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)

**M. G. Aartsen et al. Eur. Phys. J. C
75 (2015) 116**

$\sim 1.1\sigma$

$\sim 3.8\sigma$!

$$\nu_{\mu} + \bar{\nu}_{\mu}$$

Table 3. Группы экспериментальных данных $dN_{\nu_{\mu}+\bar{\nu}_{\mu}}/dE$ и значения χ^2/ndf .

	H3a, KM (ZS, KM)	H3a, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	H3a, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [4], $97^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$	1.15/12 = 0.10	0.56/12 = 0.05	14.94/12 = 1.24
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^{\circ} < \theta < 120^{\circ}$	10.96/9 = 1.22 (12.66/9 = 1.41)	4.60/9 = 0.51 (4.79/9 = 0.53)	35.05/9 = 3.89 (36.15/9 = 4.02)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$	0.97/8 = 0.12 (1.22/8 = 0.15)	0.41/8 = 0.05 (0.52/8 = 0.07)	10.63/8 = 1.33 (11.49/8 = 1.44)
Совместный анализ данных IceCube [4,3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)
Adrian-Martinez et al., ANTARES 2013 [6], $90^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$	1.32/10 = 0.13	3.27/10 = 0.33	2.17/10 = 0.22
Abbasi et al., AMANDA-II 2010 [7], $100^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$	21.43/9 = 2.38	31.38/9 = 3.49	6.52/9 = 0.72
Daum et al., Fréjus 1995 [8]	2.28/4 = 0.57	0.23/2 = 0.11	6.78/2 = 3.39
SK-I – SK-IV, Richard et al., 2016 [9]	3.65/4 = 0.91	4.01/2 = 2.01	1.38/2 = 0.6
Совместный анализ данных	41.76/56 = 0.75	44.46/52 = 0.86	77.47/52 = 1.48

Table 2. The same values as in the Table 1 but obtained for the $dN_{\nu_\mu+\bar{\nu}_\mu}/dE$ data.

Model	χ^2/ndf	p -value	χ^2/ndf	p -value
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [3], $97^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 12				
H3a, KM	0.06		0.10	
H3a, QGSJET-II-03	0.06		0.05	
H3a, SIBYLL-2.1	1.04		1.24	
Aartsen et al., IceCube 2015 (IceCube-59) [2], $90^\circ < \theta < 120^\circ$, ndf= 9				
H3a, KM	0.79	0.630	1.22	0.279
H3a, QGSJET-II-03	0.31	0.971	0.51	0.868
H3a, SIBYLL-2.1	3.00	0.001	3.89	5.839
ZS, KM	0.89	0.531	1.41	0.179
ZS, QGSJET-II-03	0.31	0.973	0.53	0.852
ZS, SIBYLL-2.1	3.01	0.001	4.02	3.729
Aartsen et al., IceCube 2015 (IceCube-59) [2], $120^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 8				
H3a, KM	0.12	1	0.12	1
H3a, QGSJET-II-03	0.11	1	0.05	1
H3a, SIBYLL-2.1	0.94	0.483	1.33	0.224
ZS, KM	0.12	1	0.15	1
ZS, QGSJET-II-03	0.12	1	0.07	1
ZS, SIBYLL-2.1	0.98	0.449	1.44	0.176
Aartsen et al., IceCube 2017 (IceCube-79) [4], $90^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 8				
H3a, KM	4.61	0	5.46	0
H3a, QGSJET-II-03	2.57	0.008	2.36	0.015
H3a, SIBYLL-2.1	21.36	0	25.14	0

Table 4. Группы экспериментальных данных $dN_{\nu_e+\bar{\nu}_e}/dE$ и значения χ^2/ndf .

	Н3а, KM (ZS, KM)	Н3а, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	Н3а, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Aartsen et al., IceCube-79 DeepCore-13 2013 [1], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	2.94/4 = 0.73 (2.98/4 = 0.74)	1.48/3 = 0.49 (1.53/3 = 0.51)	0.81/3 = 0.27 (0.90/3 = 0.30)
Aartsen et al., IceCube-86 DeepCore-8 2015 [2], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	6.40/4 = 1.60 (6.29/4 = 1.57)	4.89/4 = 1.22 (5.10/4 = 1.27)	5.44/4 = 1.36 (5.87/4 = 1.47)
Совместный анализ данных [1, 2]	9.34/8 = 1.17 (9.27/8 = 1.16)	6.37/7 = 0.91 (6.63/7 = 0.95)	6.25/7 = 0.89 (6.77/7 = 0.97)
SK-I – SK-IV, Richard et al., 2016 [9]	8.44/2 = 4.22 (7.21/2 = 3.61)	–	–
Совместный анализ данных	17.78/10 = 1.78 (16.48/10 = 1.65)	6.37/7 = 0.91 (6.63/7 = 0.95)	6.25/7 = 0.89 (6.77/7 = 0.97)

Table 3. Группы экспериментальных данных $dN_{\nu_\mu+\bar{\nu}_\mu}/dE$ и значения χ^2/ndf .

	H3a, KM (ZS, KM)	H3a, QGSJET-II-03 (ZS, QGSJET-II-03)	H3a, SIBYLL-2.1 (ZS, SIBYLL-2.1)
Abbasi et al., IceCube-40 2011 [4], $97^\circ < \theta < 180^\circ$	1.15/12 = 0.10	0.56/12 = 0.05	14.94/12 = 1.24
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 120^\circ$	10.96/9 = 1.22 (12.66/9 = 1.41)	4.60/9 = 0.51 (4.79/9 = 0.53)	35.05/9 = 3.89 (36.15/9 = 4.02)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $120^\circ < \theta < 180^\circ$	0.97/8 = 0.12 (1.22/8 = 0.15)	0.41/8 = 0.05 (0.52/8 = 0.07)	10.63/8 = 1.33 (11.49/8 = 1.44)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	11.93/17 = 0.70 (13.88/17 = 0.82)	5.01/17 = 0.30 (5.31/17 = 0.31)	45.68/17 = 2.69 (47.64/17 = 2.80)
Aartsen et al., IceCube-59 2015 [3], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	4.79/10 = 0.48	3.58/10 = 0.36	17.98/10 = 1.80
Совместный анализ данных IceCube [4,3]	13.08/29 = 0.45 (13.88/17 = 0.82)	5.57/29 = 0.19 (5.31/17 = 0.31)	60.62/29 = 2.09 (47.64/17 = 2.80)
Adrian-Martinez et al., ANTARES 2013 [6], $90^\circ < \theta < 180^\circ$	1.32/10 = 0.13	3.27/10 = 0.33	2.17/10 = 0.22
Abbasi et al., AMANDA-II 2010 [7], $100^\circ < \theta < 180^\circ$	14.75/9 = 1.64	24.31/9 = 2.70	3.52/9 = 0.39
Daum et al., Fréjus 1995 [8]	2.28/4 = 0.57	0.23/2 = 0.11	6.78/2 = 3.39
SK-I – SK-IV, Richard et al., 2016 [9]	3.65/4 = 0.91	4.01/2 = 2.01	1.38/2 = 0.6
Совместный анализ данных	35.08/56 = 0.63	37.39/52 = 0.72	74.47/52 = 1.43

$$\nu_e + \bar{\nu}_e$$

Table 1. Theoretical models, values of absolute and relative χ^2 divided by number of points (denote by ndf) included into the data sets of $dN_{\nu_e+\bar{\nu}_e}/dE$, and p -values calculated with standard numerical Python procedure. Values listed in the left and right parts of the Table are calculated with middle and bin-averaged experimental data, respectively.

Model	χ^2/ndf	p -value	χ^2/ndf	p -value
Aartsen et al., IceCube-79 DeepCore-13 2013 [1], $97^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 3				
H3a, KM	0.94	0.419	0.61	0.607
H3a, QGSJET-II-03	0.79	0.501	0.49	0.686
H3a, SIBYLL-2.1	0.48	0.699	0.27	0.846
ZS, KM	0.97	0.406	0.60	0.612
ZS, QGSJET-II-03	0.84	0.470	0.51	0.676
ZS, SIBYLL-2.1	0.55	0.647	0.30	0.825
Aartsen et al., IceCube-86 DeepCore-8 2015 [2], $97^\circ < \theta < 180^\circ$, ndf= 4				
H3a, KM	1.70	0.147	1.60	0.171
H3a, QGSJET-II-03	1.30	0.266	1.22	0.299
H3a, SIBYLL-2.1	1.39	0.233	1.36	0.245
ZS, KM	1.69	0.149	1.57	0.179
ZS, QGSJET-II-03	1.36	0.243	1.27	0.277
ZS, SIBYLL-2.1	1.52	0.195	1.47	0.209
SK-I – SK-IV, Richard et al., 2016 [8], ndf= 2				
H3a, KM	6.09	0.002	4.22	0.015
ZS, KM	5.30	0.005	3.61	0.027

Заключение

- ✓ Рассмотренные в работе модели hA -взаимодействий не противоречат эксперименту
- ✓ В описании экспериментальных данных по спектрам атмосферных нейтрино модели спектров космических лучей Зацепина-Сокольской и Hillas & Gaisser дают практически совпадающие результаты.
- ✓ Likelihood model по результатам анализа представлены в таблице

	AMANDA	IC59+IC40	ANTARES	Frejus	Combined
$\chi^2_{\min} / \text{ndf}$	SIBYLL 2.17/10	QGSJET 5.57/23	KM 3.24/10	QGSJET 0.23/2	KM 46.76/51

- ✓ Анализ данных IceCube -59 показывает, что статистическая значимость предсказаний модели Кимеля–Мохова чуть больше одного стандартного отклонения ниже ($\sim 1.1 \sigma$) по отношению к модели QGSJET-II-03, и заметно выше статистической значимости модели SIBYLL-2.1 ($\sim 3.6 \sigma$ отклонения).

Резюме

	AMANDA	IC59+IC40	ANTARES	Frejus	Combined
$\chi^2_{\min} / \text{ndf}$	SIBYLL 2.17/10	QGSJET 5.57/23	KM 3.24/10	QGSJET 0.23/2	KM 46.76/51

- Сравнение расчета с данными эксперимента говорит об адекватности выбранного подхода, надежности выполненного расчета, в целом правильно отражающего детали механизма генерации атмосферных нейтрино. Рассчитанные спектры атмосферных нейтрино в основном правильно описывают экспериментальные результаты пределах одного-двух стандартных отклонений.

Acknowledgements

Авторы благодарят Д. В. Наумова за консультации, помощь в расчетах и полезные дискуссии.

Работа А. Д. Морозовой выполнена при финансовой поддержке гранта Иркутского государственного университета для молодых ученых № 091-20-306.

С. И. Синеговский благодарит Министерство науки и высшего образования РФ за финансовую поддержку (проект FZZE-2020-0017).

Спасибо за внимание!

χ^2 - критерий согласия расчета с экспериментом

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{\text{ndf}} \frac{(\phi_i^{\text{exp}} - \phi_i^{\text{calc}})^2}{\sigma_i^2}$$

Расчет спектра для энергии, восстановленной в эксперименте :

Усреднение по бину: $\langle \Phi_\nu(\bar{E}_i) \rangle = \frac{1}{\Delta E_i} \int_{E_i}^{E_{i+1}} \Phi_\nu(E) dE$ χ^2

$$p\text{-value} = \int_{t_0}^{\infty} f(t; \text{ndf}) dt, \quad t_0 \sim \chi_{obs}^2$$

Основные источники атмосферных нейтрино

Частица (f)	Время жизни, с	Мода распада	Относительная ширина распада, %	Критическая энергия $\varepsilon_f^{cr}(0^0) = m_f c^2 H_0 / c \tau_f$
μ_{e3}^\pm	2.19×10^{-6}	$e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	100	1.03 ГэВ
π^\pm	2.60×10^{-8}	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	99.987	115 ГэВ
$K_L^0 : K_{Le3}^0$ $K_{L\mu3}^0$	5.12×10^{-8}	$\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e(\nu_e)$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	40.55 ± 0.11 27.04 ± 0.07	206 ГэВ
$K_{\mu2}^\pm$ $K^\pm : K_{e3}^\pm$ $K_{\mu3}^\pm$	1.24×10^{-8}	$\mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ $\pi^0 + e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e)$ $\pi^0 + \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	63.55 ± 0.11 5.07 ± 0.04 3.35 ± 0.03	857 ГэВ
$K_S^0 : K_{Se3}^0$ $K_{S\mu3}^0$	0.90×10^{-10}	$\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e(\nu_e)$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$	$(7.04 \pm 0.08) \times 10^{-2}$ $(4.69 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	120 ГэВ

K_S^0	$\pi^+ + \pi^-$ $\pi^\pm + e^\mp + \bar{\nu}_e (\nu_e)$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu)$	$(69.20 \pm 0.05)\%$ $(7.04 \pm 0.09) \times 10^{-4}$ $(4.66 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	ГэВ 1.12×10^5
D^\pm	$e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \text{адроны}$ $\mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) + \text{адроны}$	$(17.2 \pm 1.9)\%$ $(17.41 \pm 1.1)\%$	3.8×10^7
D^0	$e^+ + \nu_e + \text{адроны}$ $\mu^+ + \nu_\mu + \text{адроны}$	$(6.71 \pm 0.29)\%$ $(6.5 \pm 0.7)\%$	9.6×10^7
D_S^\pm	$\tau^\pm + \nu_\tau (\bar{\nu}_\tau)$ $\mu^+ + \nu_\mu$ $e^\pm + \nu_e (\bar{\nu}_e) + \text{адроны}$ $l^+ + \nu_l + \text{адроны}$	$(6.4 \pm 1.5)\%$ $(6.1 \pm 1.9) \cdot 10^{-3}$ $(8_{-5}^{+6})\%$ $(10.8 \pm 0.6)\%$	8.0×10^7
Λ_c^+	$e^+ + \nu_e + \text{адроны}$ $\mu^+ + \nu_\mu + \text{адроны}$	$(4.5 \pm 1.7)\%$ $(2.0 \pm 0.7)\%$	2.4×10^8

Спектры прямых мюонных нейтрино (2)

M.G. Aartsen et al. (IceCube Collaboration), *Phys. Rev. D* 89, 062007 (2014)

TABLE VI. Model rejection factors for different theoretical predictions of prompt atmospheric neutrino fluxes [11–13]. If not noted otherwise, these models are the original published models and have not been modified for a more accurate cosmic-ray flux parametrization. Except for the baseline model ERS08 with H3a knee, MRFs are based on a χ^2 approximation.

Model	MRF
ERS08 + H3a [13,15]	3.8
ERS08 [13]	4.8
ERS08 (max) [13]	3.8
ERS08 (min) [13]	8.2
MRS03 (GBW) [11]	9.9
MRS03 (MRST) [11]	8.0
MRS03 (KMS) [11]	8.3
BNSZ89 (RQPM) [12]	0.5
BNSZ89 (QGSM) [12]	1.8

- **Статистическая значимость, с которой одна модель предпочтительней другой, измеренная в гауссовых стандартных отклонениях (σ), приближенно можно найти из соотношения**

$$K_{\alpha\beta} \approx \sqrt{\chi^2_{(\alpha)} - \chi^2_{(\beta)}} / \sigma$$

Интервалы энергии и ошибки измерений

В 2013-2015 году были опубликованы результаты измерений спектра атмосферных нейтрино в эксперименте IceCube [29–31]: $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ для интервала энергий 100 ГэВ – 575 ТэВ и $\nu_e + \bar{\nu}_e$ для энергий 80 ГэВ – 20 ТэВ. Детальное сравнение расчета с данными IceCube и ANTARES [32] можно найти в работах [17, 33–35]. Здесь мы добавили новые экспериментальными данные по мюонным нейтрино (рис. 5а) – спектр, измеренный на установке Super-Kamiokande [20] (\blacktriangle) (на рисунке представлены только четыре точки для $E_\nu > 10$ ГэВ), и обработку данных IceCube79 [21] (крестики).

$$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$$

$$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$$

IceCube: 100 GeV–575 TeV

Frejus: $E_\nu \leq 1\text{TэВ}$

AMANDA-II: 1–100 TeV,

ANTARES: 100 GeV–200 TeV,

Super-K.: < 10 TeV, 13%-21%

$$\nu_e + \bar{\nu}_e$$

80 GeV–20 TeV,

Ошибки измерения потоков 54% -100%.

< 100 GeV

$$\Delta\Phi_i^\nu/\Phi_i^\nu = 15\%-192\%$$

Статистические ошибки измерений потоков - 18% - 60%,

систематические $\sim 16\%$ для всего исследуемого интервала энергий.