

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Кафедра экспериментальной ядерной физики и космофизики (№7)

**Создание пакета программ для численных расчетов
траектории частиц в магнитосфере Земли и его применение
для обработки данных эксперимента PAMELA**

Голубков В.С. (vlad10433@mail.ru), Майоров А.Г.
skype: vladislav135243

Москва 2020

Введение

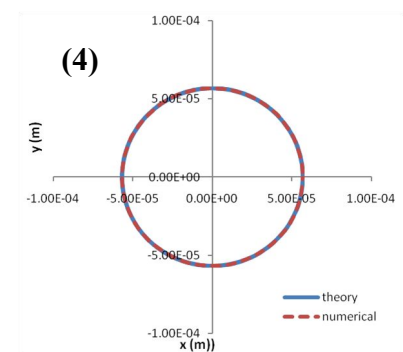
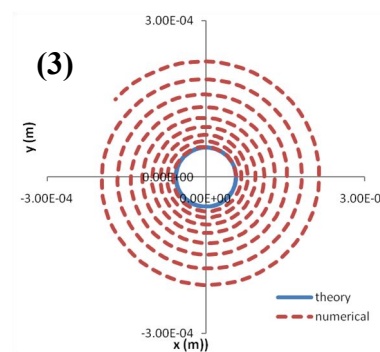
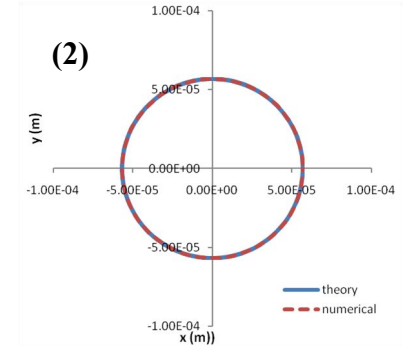
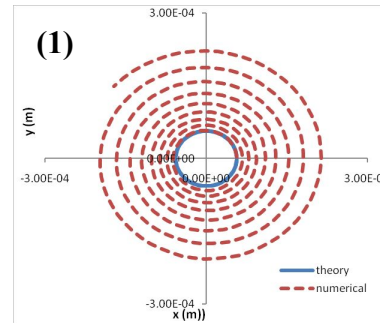
Существует необходимость изучения механизмов проникновения КЛ в околоземное пространство, их движения, захвата в радиационном поясе, формирования состава вторичной компоненты КЛ и энергетического спектра. Важно понимать, какой энергетический диапазон захваченных частиц, химический состав этой компоненты КЛ, к каким изменениям потоков частиц приведет возмущение магнитосферы планеты. Для этого необходимы прецизионные измерения потоков частиц в околоземном пространстве, их химического состава и численный расчет траекторий движения частиц в магнитосфере.

На данный момент существуют различные пакеты программ, выполняющие трассировку частиц космических лучей. Наиболее распространенными для расчета траектории частиц являются такие методы как: Рунге-Кутта 4-5-го порядка, leap-frog, Адамса-Башфорта и др. Перечисленные методы являются методами итерационного интегрирования дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

В рамках данной работы создан пакет программ для численных расчетов траектории частиц в магнитосфере Земли с использованием метода частица-в-ячейке (Particle-in-cell) по схеме Бунеман-Борис. Схема реализует специальный расчет, который сохраняет кинетическую энергию частицы при вращательном движении в магнитном поле. Таким образом, точность метода повышается за счет исключения кинетических потерь частицы при вращательном движении, которое она может совершать длительное время в радиационном поясе Земли.

Методы решения уравнений движения частиц в электромагнитном поле

- **Метод Эйлера (Рунге-Кутта первого порядка)**
- **Метод Рунге-Кутта 4-го порядка.**
- **Метод Адамса-Башфорта**
- **Метод leapfrog**
- **Метод частица-в-ячейке**
 - **Простая реализация для $E=0$ (1)**
 - **Неявный метод Тадзимы (2)**
 - **Явный метод Тадзимы (3)**
 - **Схема Бунеман-Борис (4)**
- ...



Траектории электрона с начальной скоростью 100,000 м/с при движении в плоскости XY в постоянном магнитном поле $B=0.01$ Тл, направленном перпендикулярно рисунку при реализациях метода частица в ячейке

Схема Бунеман-Борис. Расчетные уравнения.

$$\frac{\vec{v}_{i+1/2} - \vec{v}_{i-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_{i-1/2} + \vec{v}_{i+1/2}}{2} \times \vec{B} \right),$$

где \vec{E} и \vec{B} - векторы электрического и магнитного полей в точке $i - 1/2$.

Устраняя электрическое поле, переопределим

$$\vec{v}_{i-1/2} = \vec{v}_- - \frac{q\vec{E}\Delta t}{2m}$$

$$\vec{v}_{i+1/2} = \vec{v}_+ + \frac{q\vec{E}\Delta t}{2m}$$

Таким образом получается чистое вращение в магнитном поле

$$\frac{\vec{v}_+ - \vec{v}_-}{\Delta t} = \frac{q}{2m} (\vec{v}_- + \vec{v}_+) \times \vec{B}$$

Затем, согласно алгоритму Бунемана, необходимо определить вектор \vec{V} , делящий пополам угол вращения вектора скорости при переходе на следующий шаг.

Угол, на который вращается вектор скорости частицы за итерацию

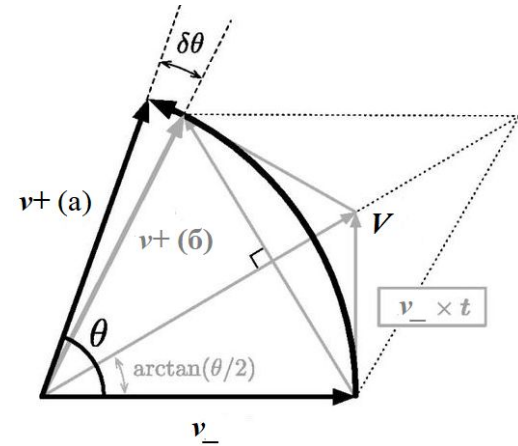
$$\theta = qB\Delta t/m,$$

тогда единичный вектор вращения дается формулой (см. рис. 7)

$$\vec{t} = \frac{\vec{B}}{B} \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

При этом обычно используется линейное упрощение формулы

$$\vec{t} = \frac{\vec{B}}{B} \cdot \frac{\theta}{2} = q\vec{B}\Delta t/(2m)$$



Вектор \vec{V} определяется следующим образом

$$\vec{V} = \vec{v}_- + \vec{v}_- \times \vec{t}$$

А вектор скорости следующего шага

$$\vec{v}_+ = \vec{v}_- + \vec{V} \times \vec{s},$$

где $\vec{s} = \frac{2\vec{t}}{1+t^2}$ - нормированный вектор \vec{t} , полученный из условия, что скорость частицы должна сохраняться.

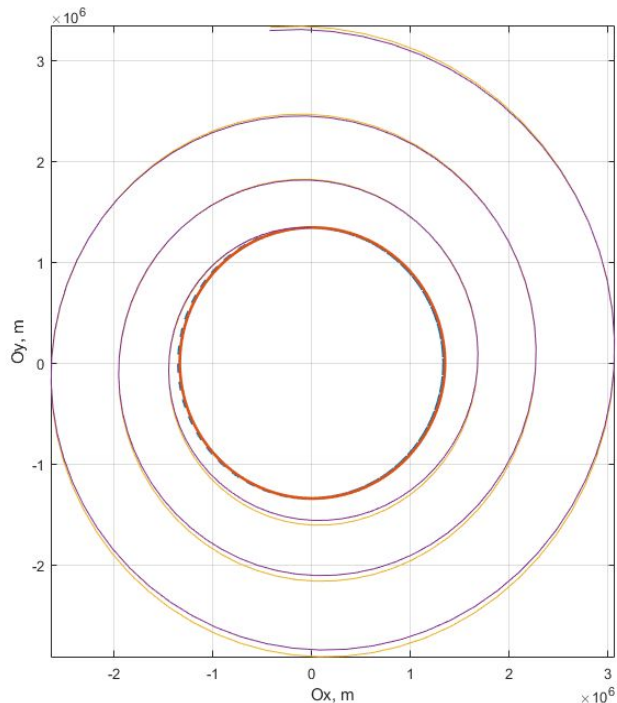
Ошибка аппроксимации имеет вид

$$\delta\theta = \theta - 2\arctan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \theta\left(\frac{1}{12}\theta^2 - \frac{1}{80}\theta^4 + \dots\right).$$

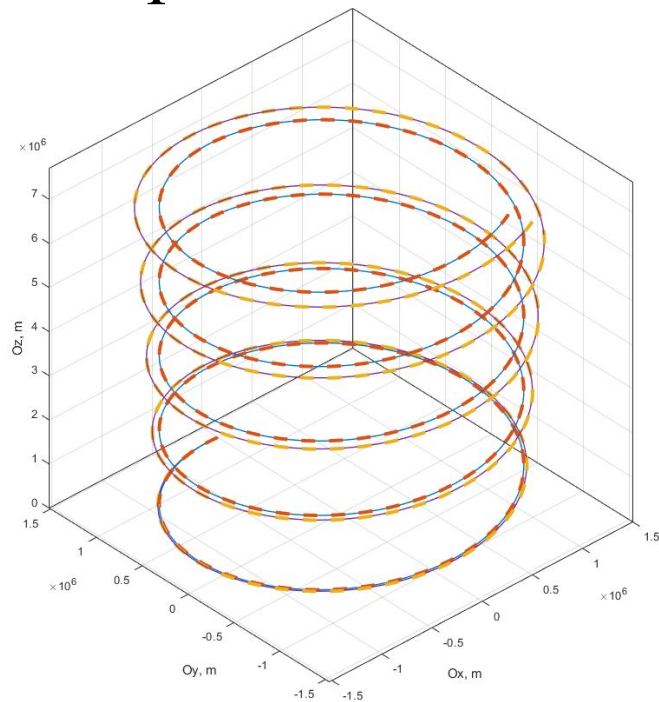
Реализация и сравнение методов Рунге-Кутты 4-го порядка, leapfrog, Бунеман-Борис

В работе в среде Matlab реализованы методы Рунге-Кутта 4-го порядка, leap-frog и частица-в-ячейке по схеме Бунеман-Борис. Методы применены для расчета движения заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле.

На рисунках показаны траектории протона в постоянном поле 1 мкТл с начальной энергией 100 МэВ. Магнитное поле направлено по оси Z. Временной шаг выбран 0.1 мс.



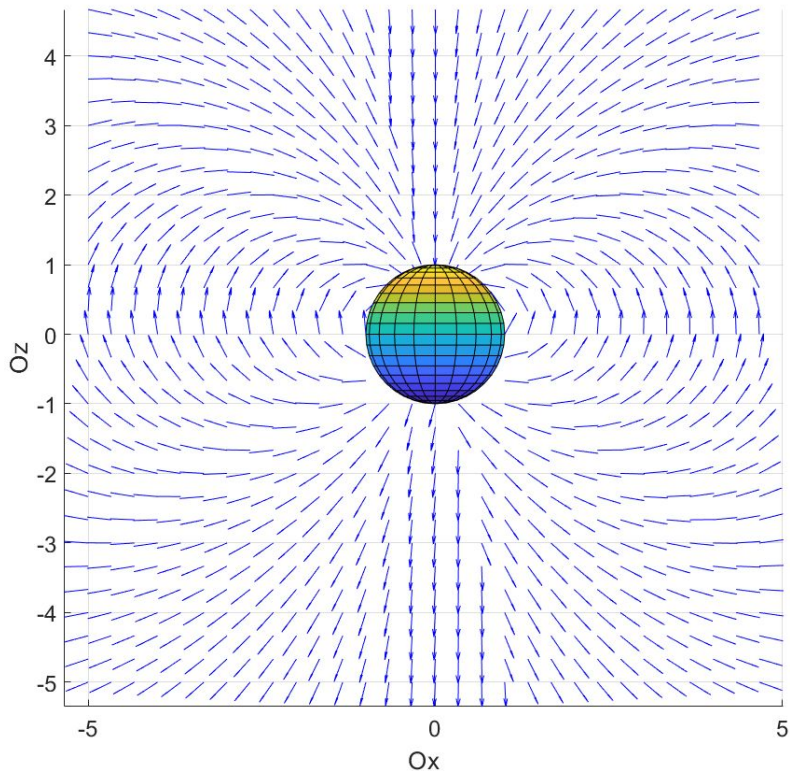
Траектория протона в постоянном однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной к полю. Пунктиром показано аналитическое решение, оранжевым цветом - траектория по схеме Бунеман-Борис, фиолетовым - Рунге-Кутта 4-го порядка, желтым - leapfrog.



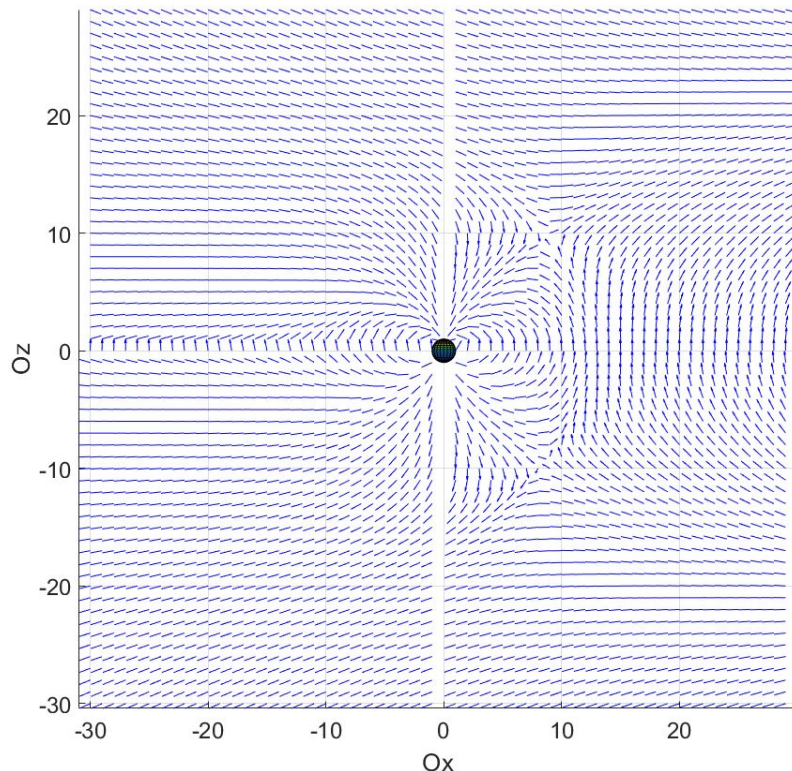
Винтовая траектория протона в постоянном однородном магнитном поле. Оранжевым пунктиром показано аналитическое решение, синим цветом - траектория по схеме Бунеман-Борис, фиолетовым - Рунге-Кутта 4-го порядка, желтым пунктиром - leapfrog.

Включение IGRF и модели Цыганенко в создаваемый программный пакет

В пакет программ для описания магнитного поля околоземного пространства введены модели IGRF и Цыганенко.



Векторная диаграмма модели IGRF. Размерность осей указана в радиусах Земли. Вектора магнитного поля нормированы по величине на единицу.

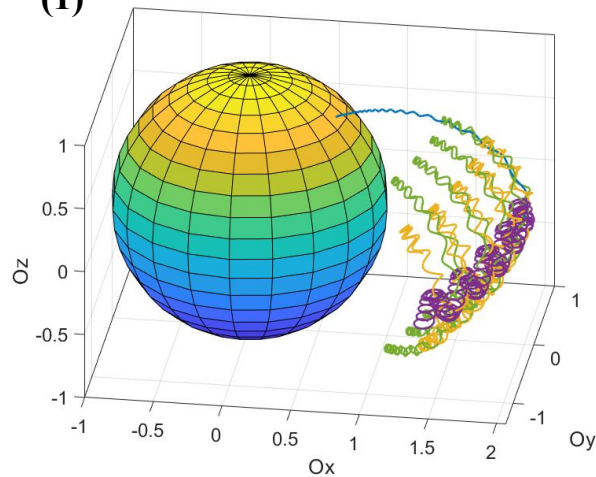


Векторная диаграмма моделей IGRF и Цыганенко. Размерность осей указана в радиусах Земли. Вектора магнитного поля нормированы по величине на единицу.

Проверка реализуемого метода

Для проверки реализуемого метода проиллюстрированы эффекты захвата частицы под разными питч-углами (1) и восточно-западной асимметрии (2). Получено изменение первого и второго адиабатических инвариантов в случае движения захваченной частицы (3, след. слайд).

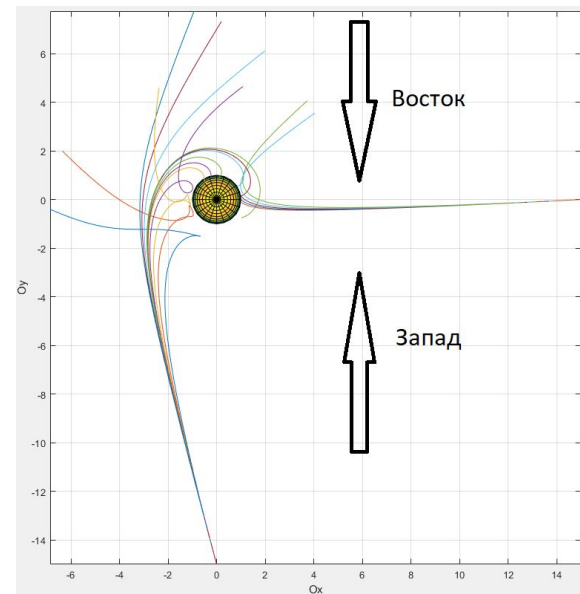
(1)



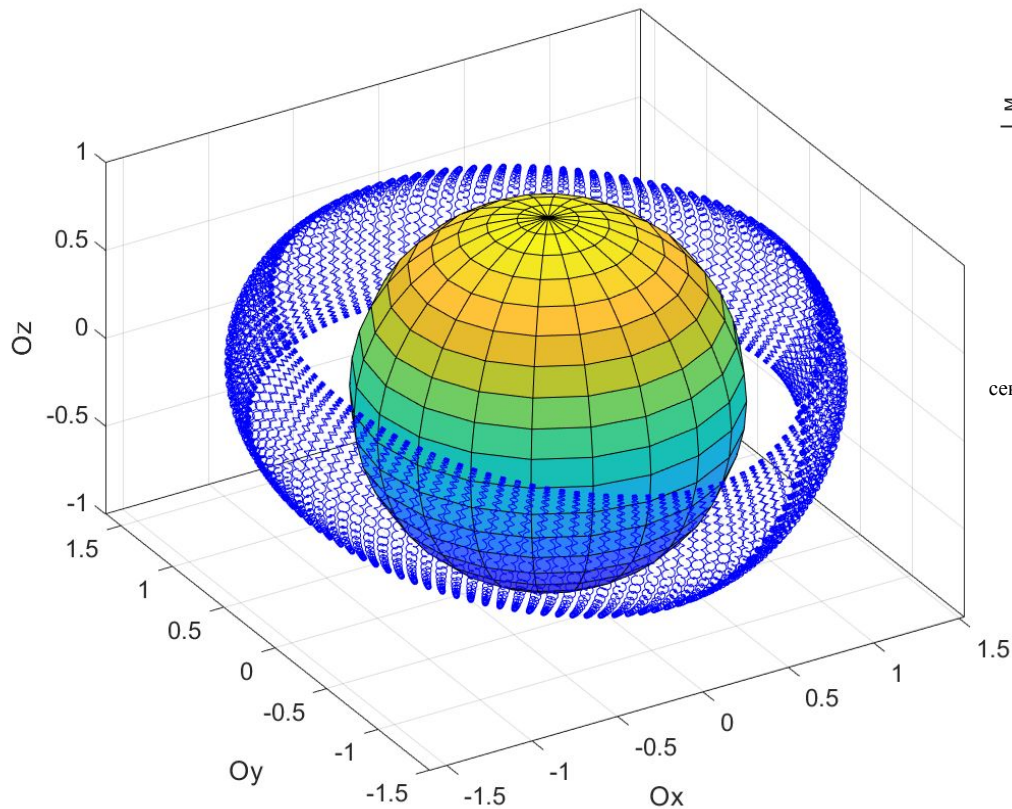
Траектории протонов с энергией 100 МэВ. Синим цветом показана траектория частицы, запущенной под питч углом 0, зеленым - 30, желтым - 45, фиолетовым - 85. Размерность осей указана в радиусах Земли. Оси соответствуют геоцентрической системе координат

(2)

Положительная ось O_x указывает направление Земля-Солнце. Размерность осей указана в радиусах Земли. Для частиц с начальной координатой (0,-15,0) энергия меняется от 4 до 18 ГэВ, для (15,0,0) от 20 до 40 ГэВ.



(3) Сохранение первого и второго инвариантов:



Траектория протона с энергией 40 МэВ в магнитном поле Земли. Начальная высота - 1.5 земных радиусов. Размерность осей указана в радиусах Земли.

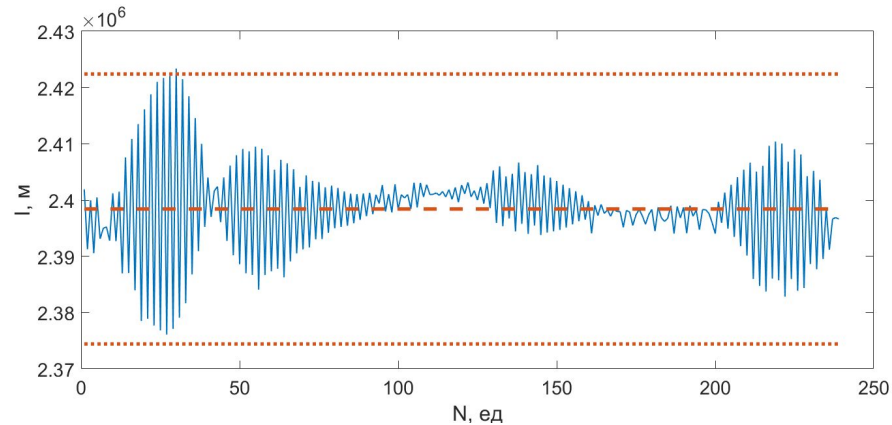


График зависимости значения второго инварианта от номера прохождения между северной и южной зеркальных точек. Пунктиром указано среднее значение второго инварианта за весь путь, многоточием - погрешность от среднего значения на 1 процент

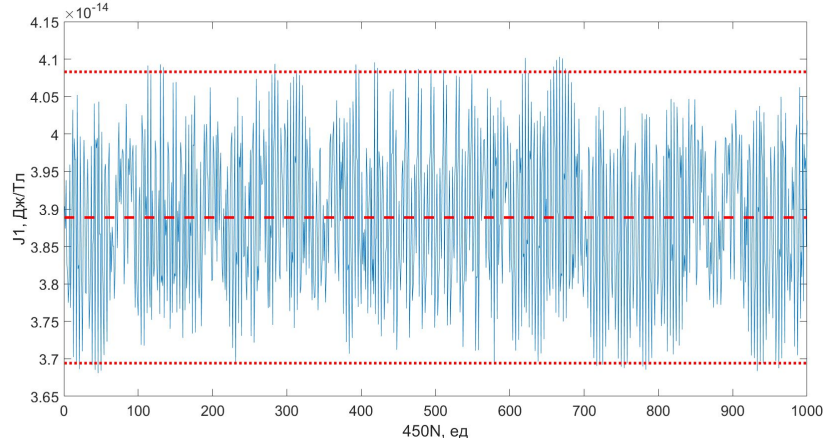


График зависимости значения первого инварианта от номера шага расчета. Пунктиром указано среднее значение первого инварианта, многоточием - погрешность от среднего значения на 5 процентов

Применение к экспериментальным данным. Эксперимент PAMELA

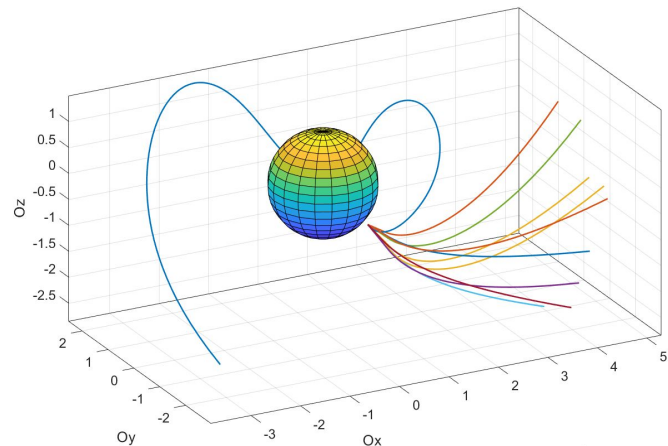
Схема Бунеман-Борис применена к анализу данных эксперимента PAMELA: проведена процедура бэктрейсинга, то есть восстановления траектории попавшей в прибор частицы путем зеркального отображения ее направления прилета и переопределения частицы на античастицу.

Реализован отбор событий, зарегистрированных магнитным спектрометром эксперимента PAMELA 25 февраля 2007, проводящего измерение направленных потоков различных частиц в околоземном пространстве с 2006 по 2016 годы.

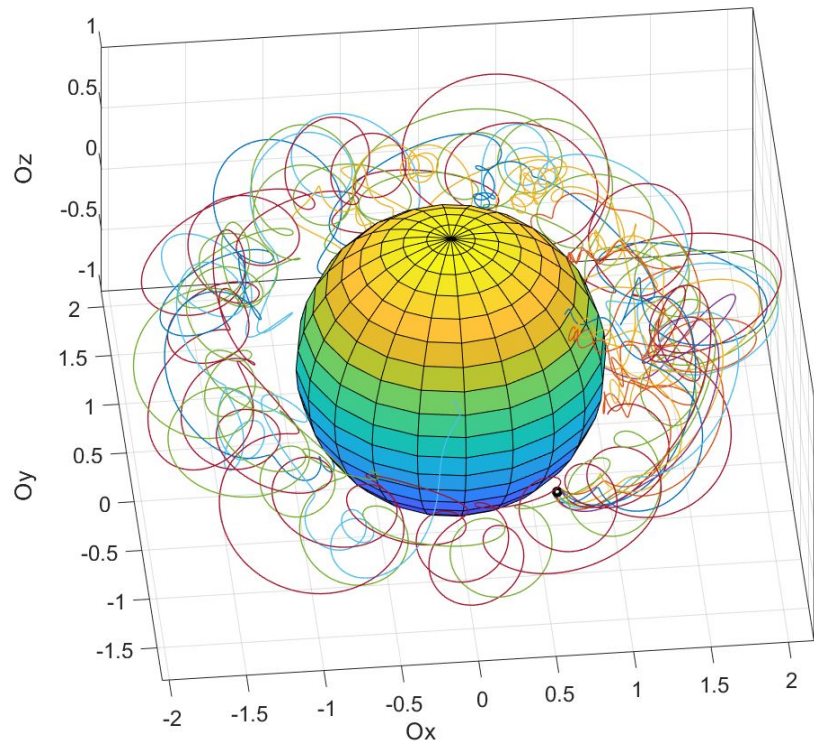
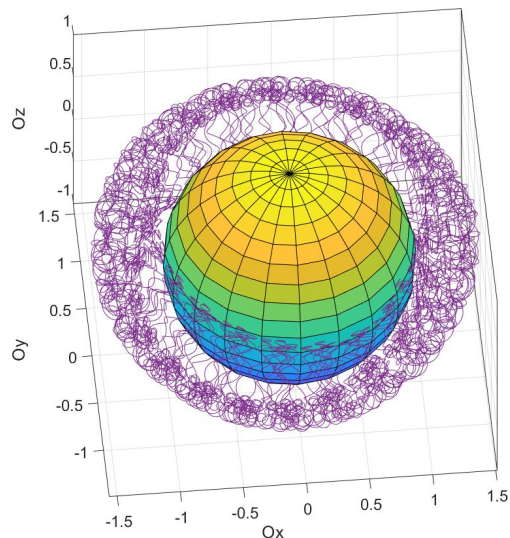
PAMELA - это магнитный спектрометр, который позволяет измерять энергию частицы, направление прилета, определять ее тип и знак заряда. Прибор измерял протоны, антипротоны, позитроны, электроны и ядерную компоненту космических лучей (от H до C) с энергиями от 100 МэВ до 270 ГэВ. По данным эксперимента можно изучать высокоэнергетическую часть космических лучей в радиационном поясе. Более того, имеется возможность экспериментально определять энергетическую границу захвата космических лучей. Прибор имеет квазиполярную орбиту с наклоном 70.4 и высотой 300-600 км над поверхностью Земли, период обращения составляет около 90 минут. Благодаря такой орбите прибор способен измерять ГКЛ, альбедную компоненту и космические лучи, захваченные радиационным поясом.

Применение к экспериментальным данным

Траектории некоторых протонов из данных эксперимента PAMELA с жесткостями больше 6 ГВ. Размерность осей указана в радиусах Земли. Оси указаны в GEO. Как видно на рисунке, протоны пришли из межпланетного пространства, то есть, согласно расчету, их можно отнести к ГКЛ.



Траектория протона из данных эксперимента PAMELA с жесткостью 1.65 ГВ. Размерность осей указана в радиусах Земли. Оси указаны в GEO. Отобранная частица осуществляет ларморовское вращение, колебания между зеркальными точками и долготный дрейф несколько обращений вокруг Земли. Частицу можно отнести к временно захваченной альбедной компоненте.



Траектории некоторых протонов из данных эксперимента PAMELA с жесткостями больше от 3 до 5 ГВ. Черным кружком обозначено место регистрации частиц. Размерность осей указана в радиусах Земли. Оси указаны в GEO. Все частицы упали на поверхность Земли. Частицы можно отнести к альбедной компоненте.

Заключение

В работе в среде Matlab реализованы методы Рунге-Кутты 4-го порядка, leap-frog и частица-в-ячейке по схеме Бунеман-Борис для решения уравнения движения частицы в электромагнитных полях. Методы протестированы на магнитных полях разной конфигурации, проведено сравнение их точности. Показано, что схема Бунеман-Борис является наиболее точным методом среди рассмотренных. Она выбрана для дальнейшего использования.

Схема Бунеман-Борис применена для восстановления траекторий частиц зарегистрированных в эксперименте PAMELA. Для этого реализован отбор событий, зарегистрированных магнитным спектрометром эксперимента PAMELA 25 февраля 2007. После процедуры бэктрейсинга частицы были классифицированы на 3 основных категории: пришедшие из межпланетного пространства (ГКЛ); с началом траектории в атмосфере Земли (частицы альбедо); частицы, длительное время совершавшие обороты вокруг Земли (частично захваченная компонента).

В работе создан пакет программ для моделирования траекторий частиц в магнитосфере Земли, который может быть применен для анализа различных экспериментальных данных, в том числе, спектрометра PAMELA. Для расширения возможностей пакета программ для него будет введен учет атмосферы Земли и электрических полей.

В результате могут быть исследованы механизмы проникновения космических лучей в магнитосферу Земли, энергетическая граница захвата частиц, механизмы удержания частиц и наполнение радиационных поясов, временная динамика потоков частиц в околоземном пространстве, устойчивость радиационных поясов и др.

Метод не ограничивается магнитосферой Земли и может быть применен для восстановления траекторий частиц в любых электромагнитных полях, например, в гелиосфере.

Спасибо!