Анализ точности траекторных расчётов заряженных частиц в магнитосфере Земли

Малахов В.В. • НИЯУ «МИФИ»

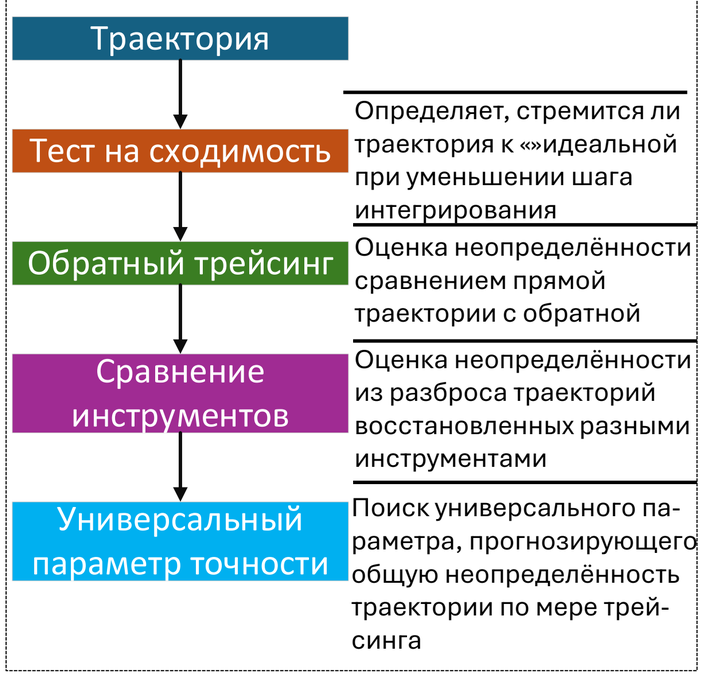
#181

Мотивация.

Траекторные расчёты широко применяются для физических задач, сопряжённых с восстановлением траекторий заряженных частиц в магнитосфере Земли. Однако существующие программные инструменты не предоставляют универсальной количественной оценки точности полученных отдельных траекторий. Существует большое число программных пакетов, численных схем и их реализаций, но кнритерии для их сравнения, ранжирования и влияния выбора конкретных параметров на точность и достоверность отдельных траеткорий отсутствуют.

В данной работе предлагается унифицирования методика количественной оценки надёжности и точности траекторных расчётов, сравнения пакетов и численных схем и подбора оптимальных параметров траекторных расчётов.

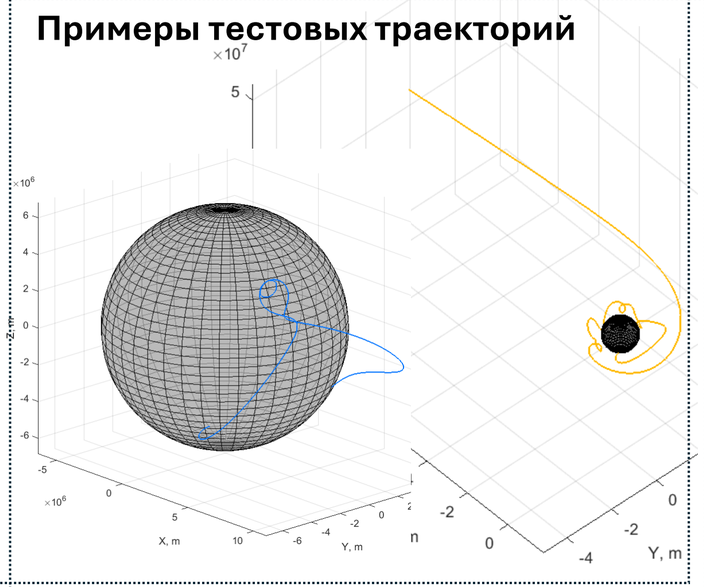
Методология.



Параметры тестовой выборки.

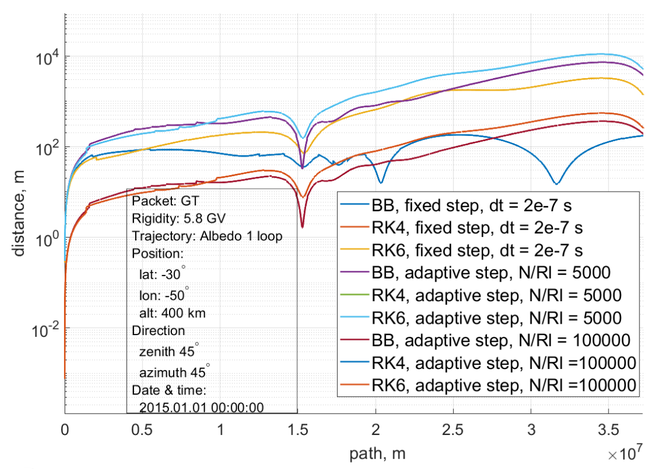
- 10 первичных и альбедных траекторий разной сложности
- Магнитное поле Земли – IGRF-14
- Дата: 1 января 2015 г.
- Инструменты: GT, OTSO, COR, MAGNETOCOSMIC, IZMIRAN
- Численные схемы: Рунге-Кутта 4 и 6 (RK4,RK6) порядков, Бунемана-Бориса (BB), Хигуэра-Кэрри (HC), Вэя.
- Тип шага интегрирования: фиксированный, адаптивный, адаптивный упрощённый

Примеры тестовых траекторий



Обратный трейсинг

Оценка точности траектории делается на основе сравнения первой точки основной траектории с последней точкой обратной, протрассированной в обратном направлении из последней точки основной.

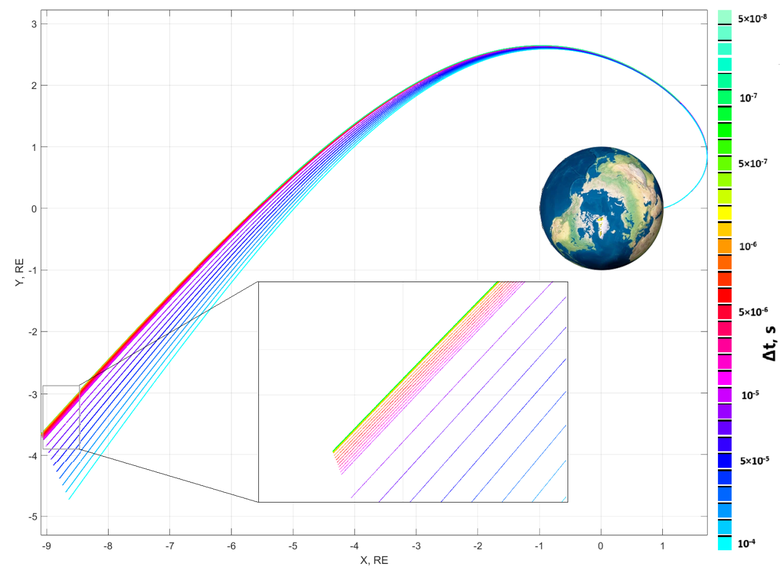


Результаты тестов:

1. BB демонстрирует наименьшую ошибку для всех траекторий
2. HC и Vay показывают очень схожие результаты
3. Фиксированный шаг показывает чуть лучшие результаты чем адаптивный
4. RK4 и RK6 практически ничем не отличаются друг от друга

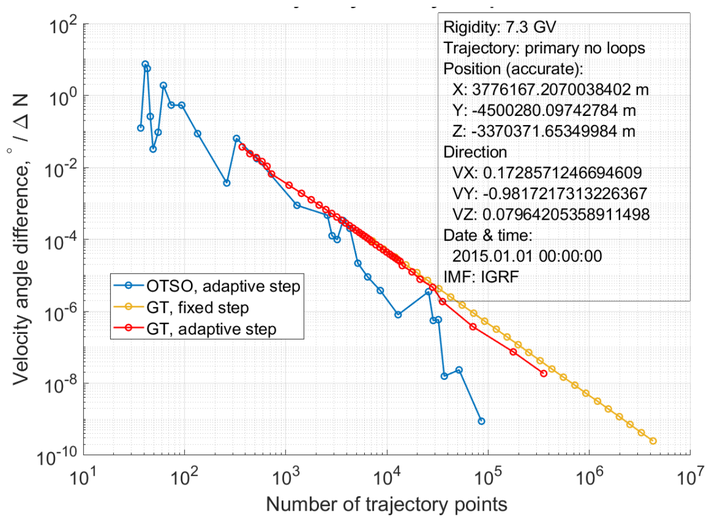
Тест на сходимость.

При последовательном уменьшении шага интегрирования, новые траектории должны всё меньше и меньше отличаться следующая от предыдущей и таким образхом сходиться к истинной.



Мы количественно оцениваем сходимость, используя угол θ на концах двух последовательных по величине шага траекторий, нормированный на разницу в количестве точек этих траеткорий ΔN

Плавное уменьшение θ/ΔN с уменьшением величины шага говорит о сходимости траекторий, колебания или возрастание этого параметра – о расходимости.



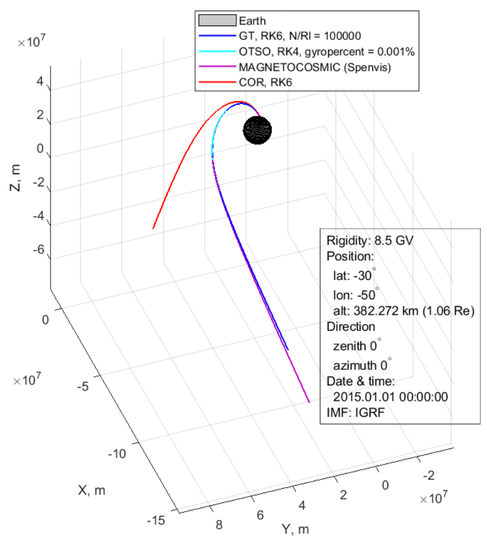
Результаты тестов:

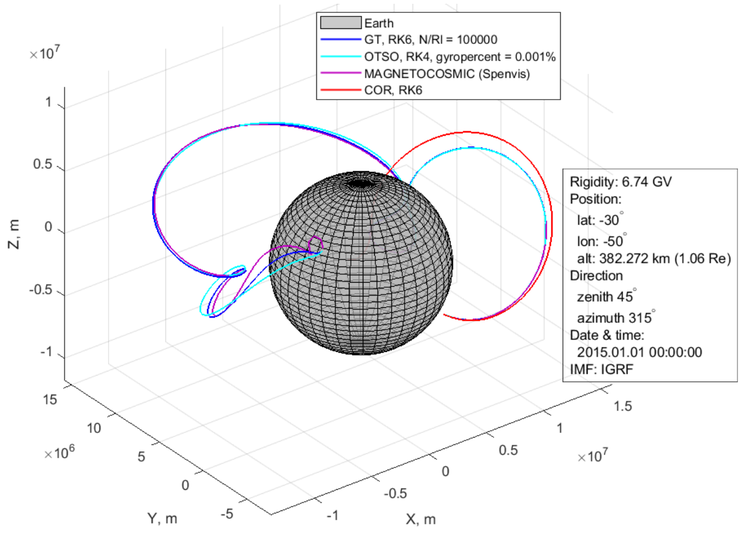
1. GT и OTSO показывают очень близкий уровень сходимости. Другие пакеты не позволяют задавать величину шага интегрирования
2. Численные схемы включающие алгоритм Leapfrog (BB, HC, Vay) демонстрируют лучшую сходимость чем RK4 и RK6, последние между собой практически не отличаются
3. Фиксированный шаг демонстрирует лучшую сходимость чем адаптивные
4. Для альбедных траеткорий адаптивный шаг не даёт преимущества в скорости перед фиксированным
5. Все траектории с количеством отражений менее 5 прошли тест на сходимость

Сравнение инструментов

Траектории, восстановленные с помощью различных программных пакетов, численных схем и типов шагов интегрирования, сравнивались при одинаковых начальных условиях и оптимизированных численных параметрах. Разброс восстановленных траекторий позволяет оценить методическую неопределённость.

На рисунке показаны примеры разброса траекторий, восстановленных различными пакетами





Основные результаты:

1. Численные схемы включающие Leapfrog, дают очень близкие друг к другу траектории, формирующие плотный кластер
2. OTSO и GT дают в большинстве случаев очень близкие траектории для всех численных схем
3. Численные схемы Рунге-Кутты дают траектории, систематически отклоняющиеся от всех остальных
4. Траектории, полученные в пакете COR, заметно отклоняются от основного кластера и от других траекторий, полученных численной схемой Рунге-Кутта

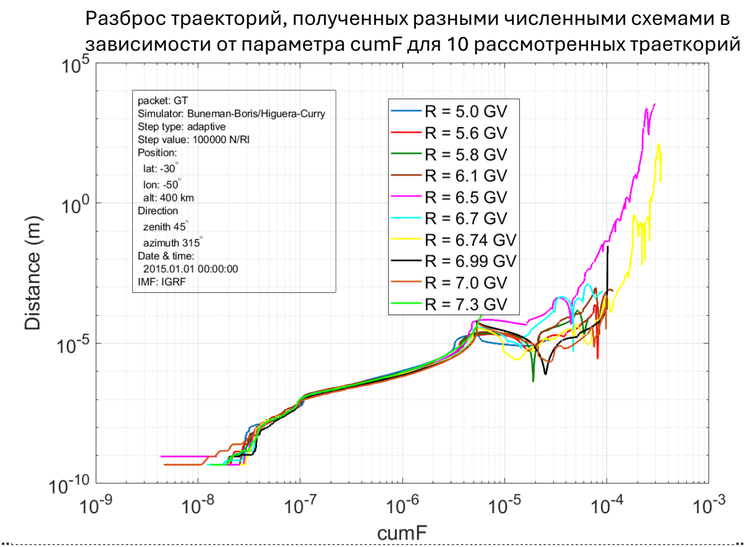
Универсальный параметр точности

Тестов на сходимость или обратное трассирование для каждой восстанавливаемой траектории является ресурсозатратным процессом. Поэтому мы предлагаем параметр, вычисляемый вдоль траектории по мере её трассирования, коррелирующий с численной неопределенностью:

$$cumF = \sum_{0}^{i} \left| \left[\vec{v_i} \times \vec{B_i}\right] - \left[\vec{v_{i-1}} \times \vec{B_{i-1}}\right] \right|$$

Предварительные результаты показывают, что эта величина коррелирует с величиной неопределённости вдоль траеткории для всех проверенных сходящихся траекторий.

Разброс траекторий, полученных разными численными схемами в зависимости от параметра cumF для 10 рассмотренных траеткорий



Выводы:

- Предложена общая методология оценки надежности трассировки заряженных частиц в магнитосфере Земли.
- Тесты сходимости представляют из себя объективный критерий надежности траектории.
- Обратная трассировка позволяет количественно оценить накопленную ошибку.
- Численные схемы с Leapfrog показывают лучшие значения чем методы Рунге-Кутты во всех тестах.
- GT и OTSO демонстрируют сопоставимую точность.
- Предложенный параметр cumF может служить универсальным индикатором для оценки неопределенности.

39 Всероссийская Конференция по Космическим Лучам
29 июня - 3 июля 2026 г. Дубна, Россия