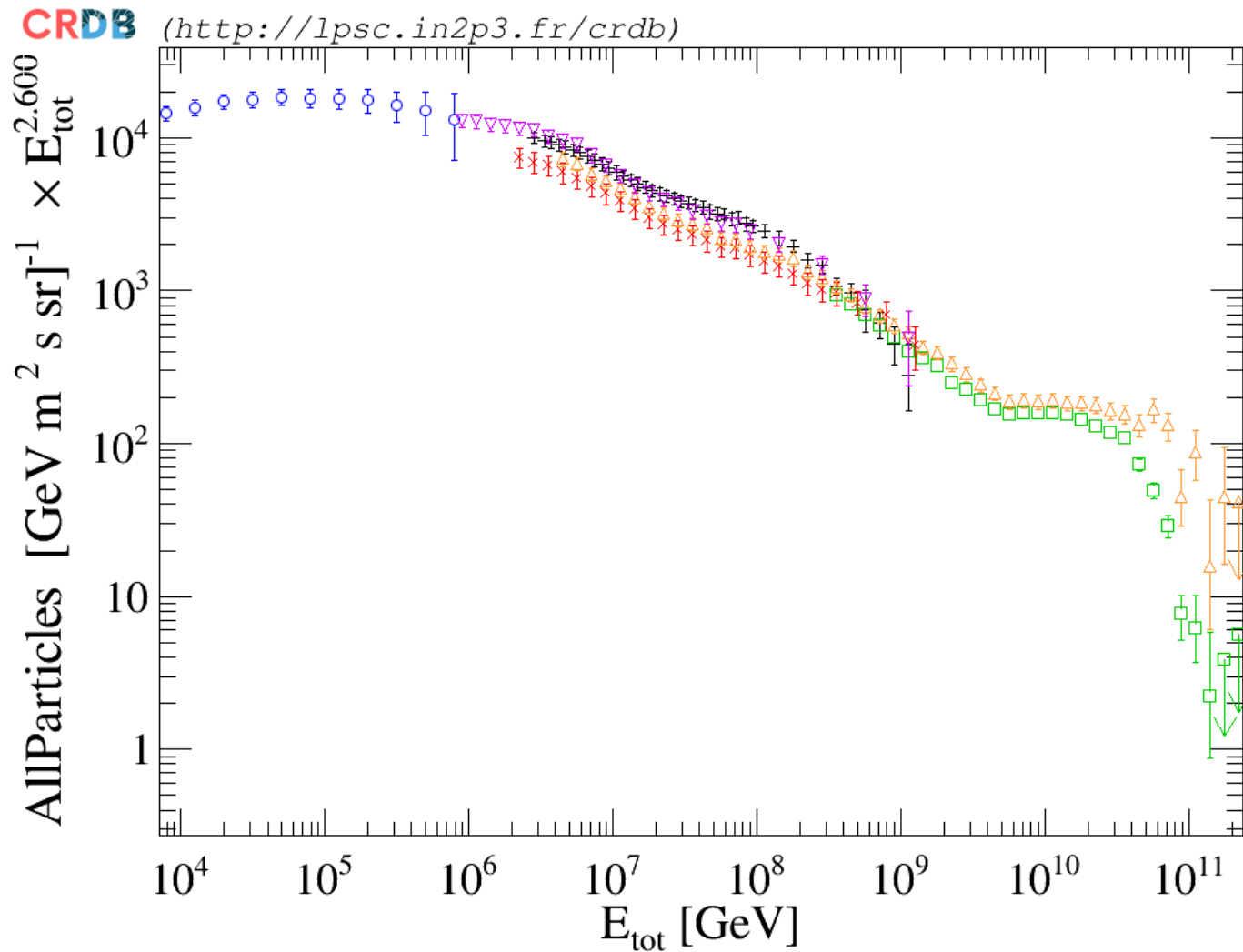


Численное исследование транспорта протонов ГКЛ

Юровский В.О., Физический факультет МГУ
Перятинская А.И., Физический факультет МГУ
Кудряшов И.А., НИИ ЯФ МГУ

Введение

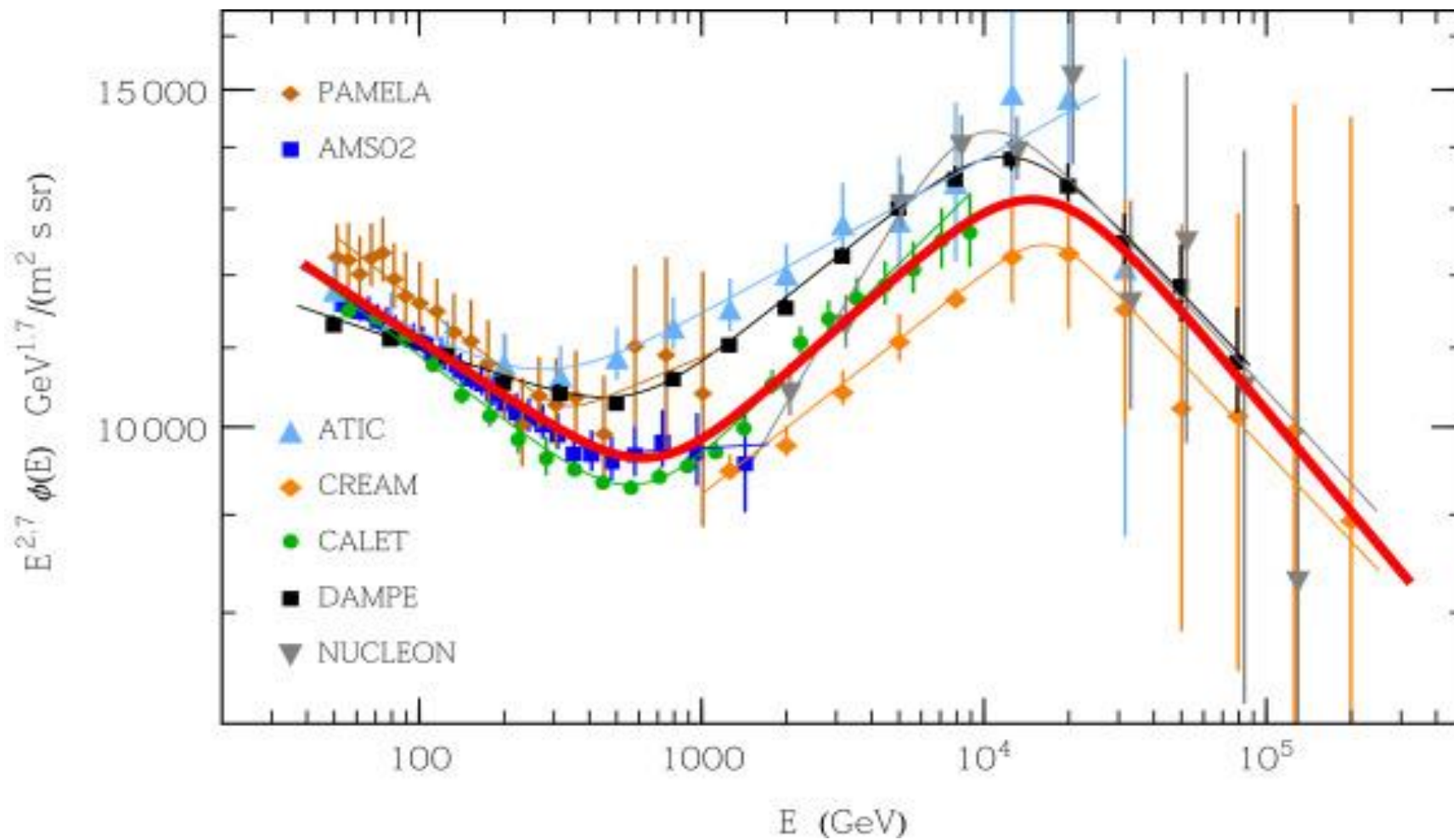
Энергетический спектр



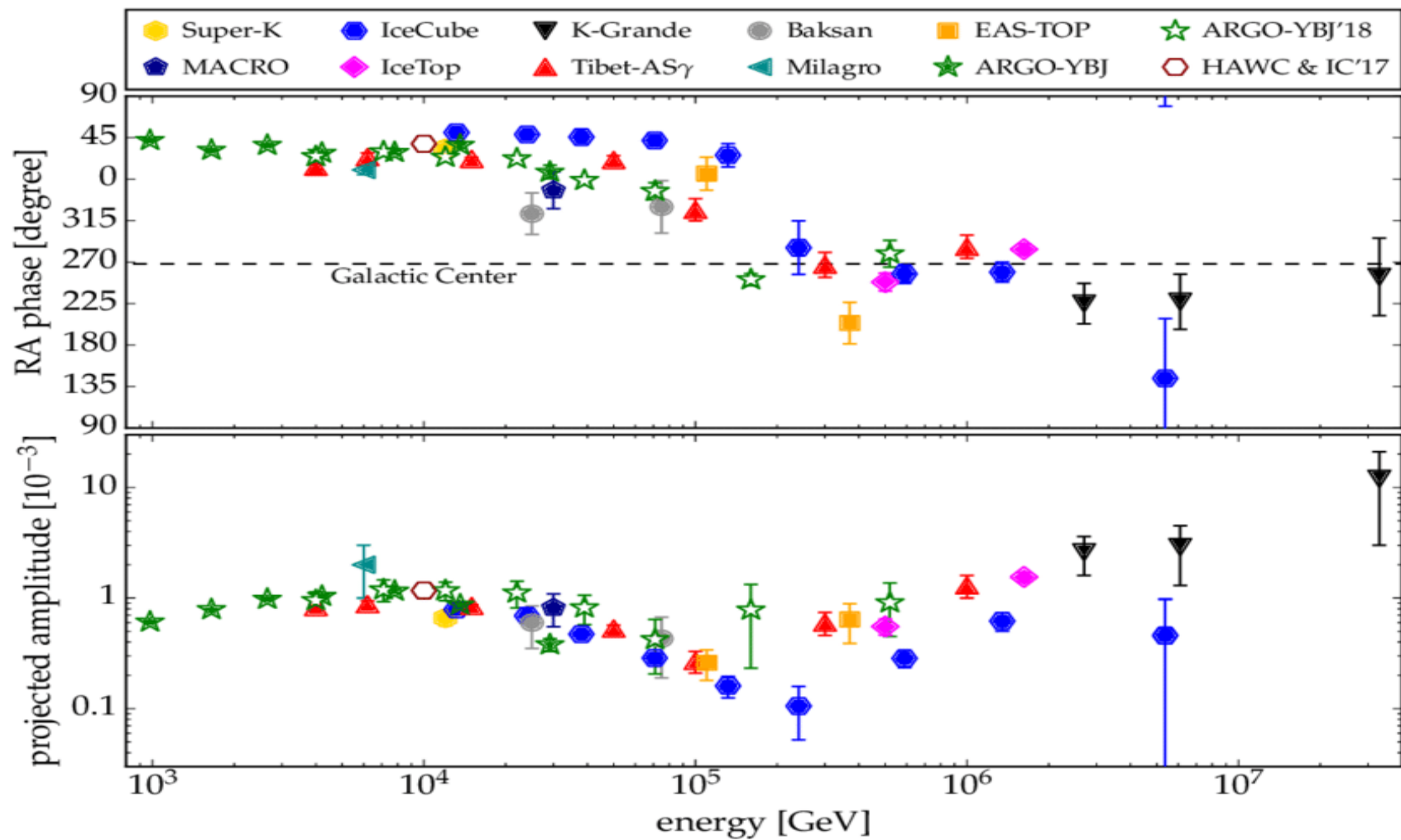
$$\text{Err. tot.} = (\text{stat}^2 + \text{syst}^2)^{1/2}$$

- + IceCube IceTop SIBYLL-2.1 (2010)
- × KASCADE-Grande QGSJetII.04 (2004/01-2015/05)
- NUCLEON (2015/07-2017/06)
- Pierre Auger Obs. Hybrid (2004/01-2015/05)
- △ TA Hybrid (2008/01-2015/05)
- ▽ TUNKA-133 Array QGSJet01 (2008/01-2015/05)

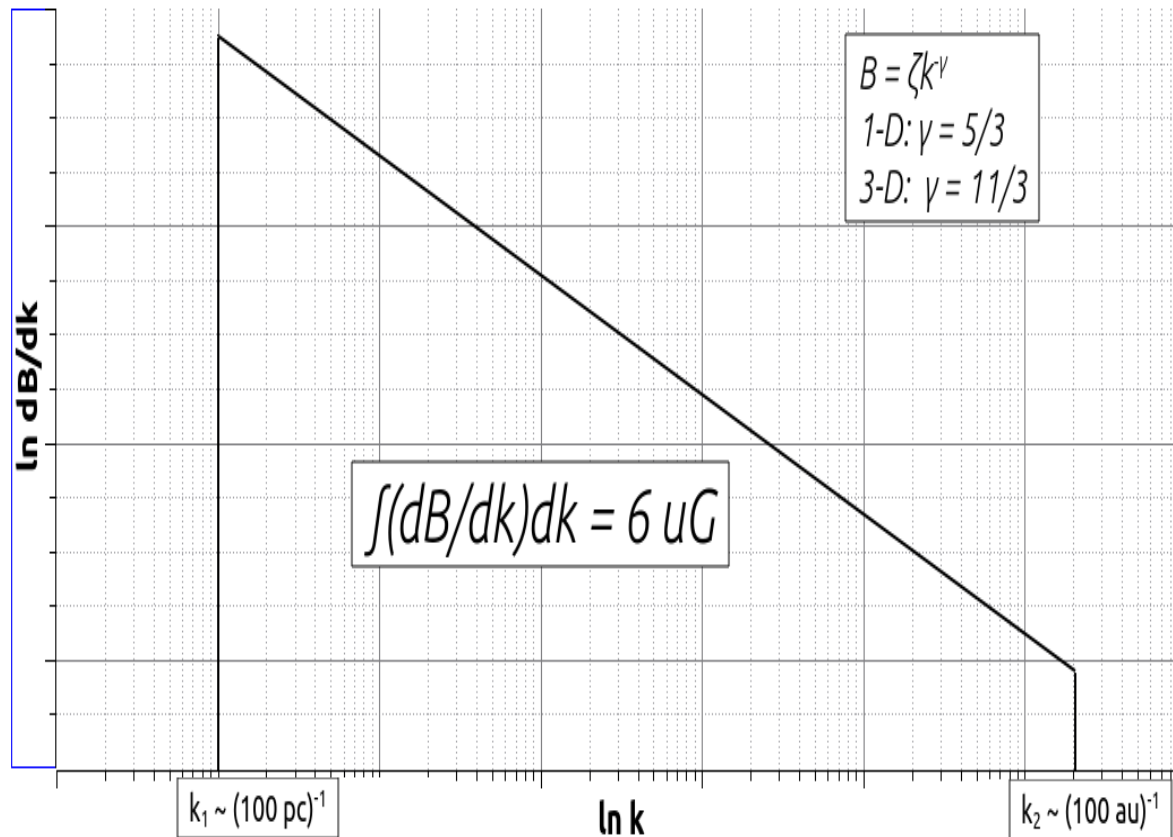
”Малое колено”



Дипольная анизотропия



Моделирование Магнитное поле



Магнитное поле
в точке

$$B = B_0 + b,$$

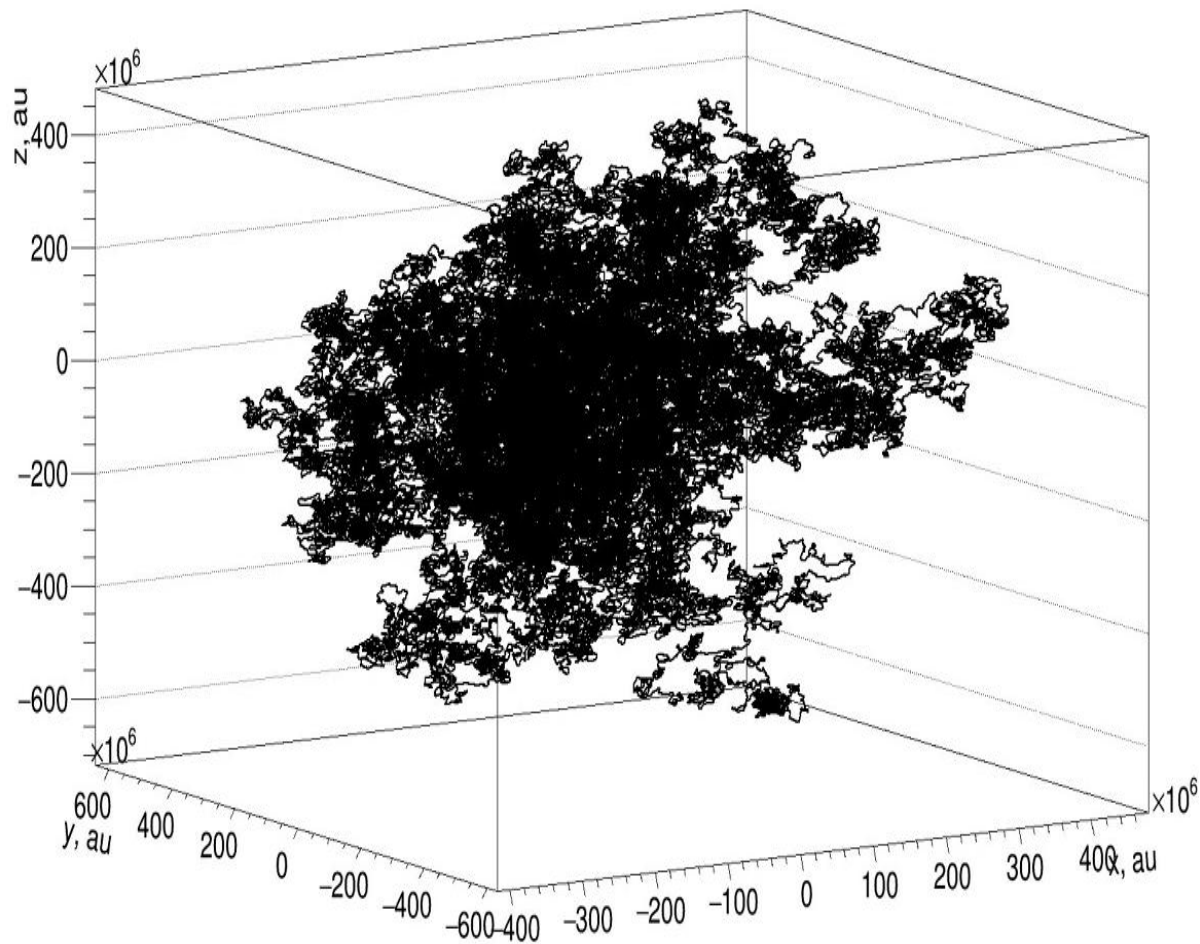
Турбулентная
часть

$$b = \sum_n A_n P_n \cos(\mathbf{r} \mathbf{k}_n + \phi_n)$$

Корреляционная
длина

$$l_{\text{corr}} = \frac{l_{\text{high}}}{2} \cdot \frac{\alpha - 1}{\alpha} \cdot \frac{1 - r^\alpha}{1 - r^{\alpha-1}}$$

Диффузия линий поля



$$\tilde{D}_{ij} = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{r_i r_j}{l}$$

$$D = D_{xx} + D_{yy} + D_{zz}$$

Уравнения движения

Уравнения
Ньютона-Лоренца

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

$$\gamma m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \Leftrightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \cdot \frac{c^2}{E}$$

Методы Рунге-Кутта. Метод Каша-Карпа

Таблица Бутчера

0						
1/5	1/5					
3/10	3/40	9/40				
3/5	3/10	-9/10	6/5			
1	-11/54	5/2	-70/27	35/27		
7/8	1631/55296	175/512	575/13824	44275/110592	253/4096	
	37/378	0	250/621	125/594	0	512/1771

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i,$$

$$k_1 = f(t_n, y_n),$$

$$k_2 = f(t_n + c_2 h, y_n + h(a_{21} k_1)),$$

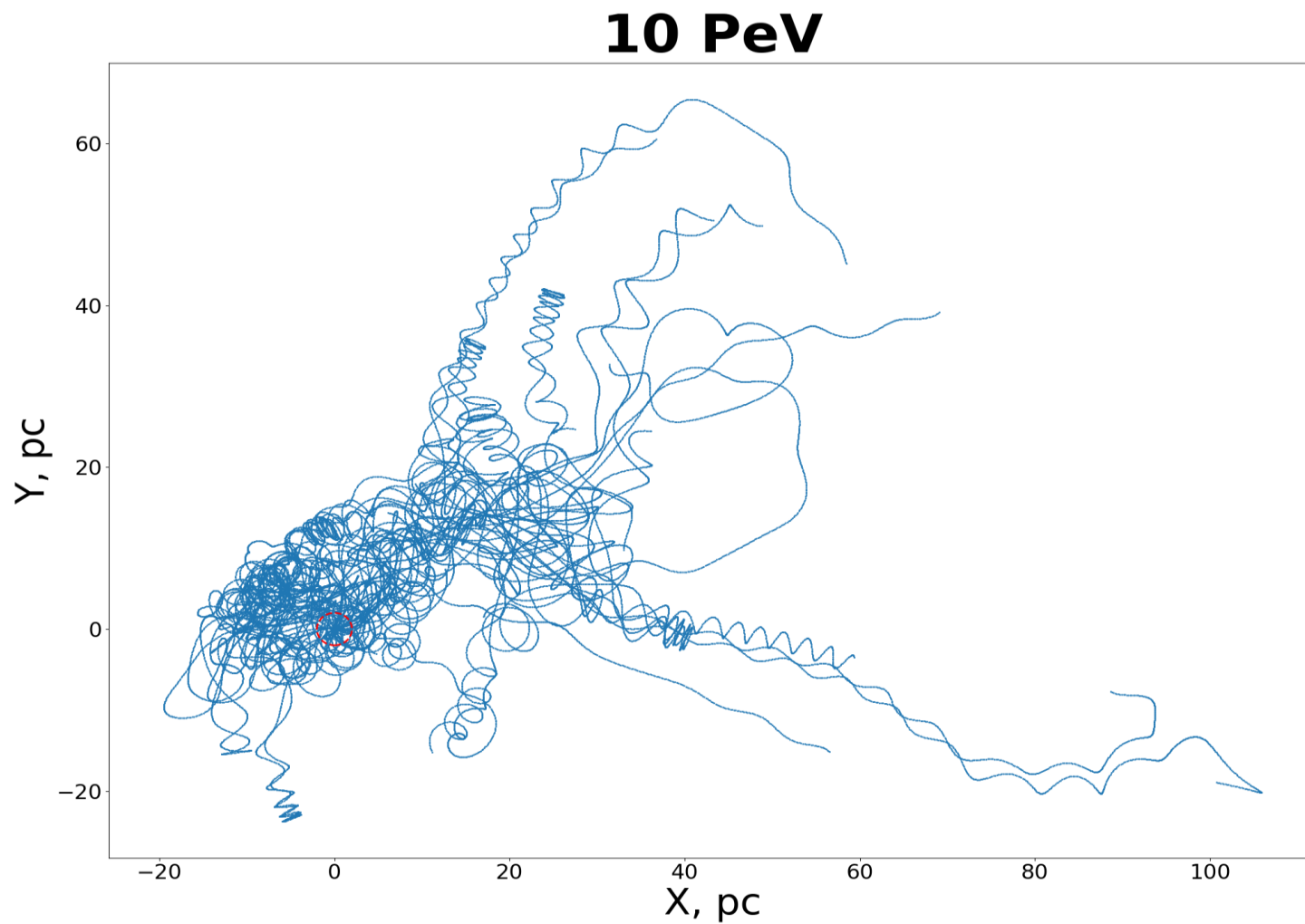
$$k_3 = f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_1 + a_{32} k_2)),$$

$$\vdots$$

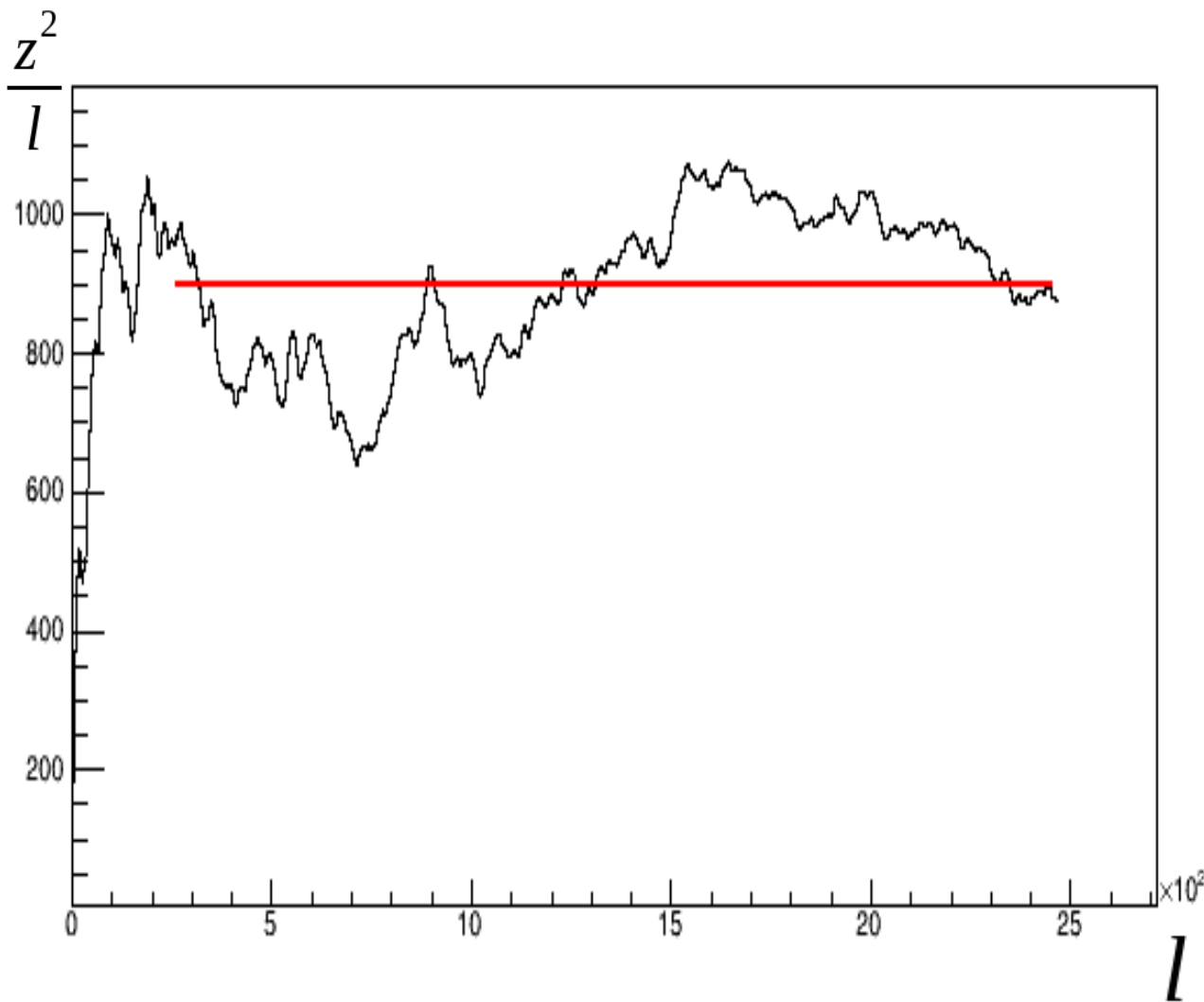
$$k_s = f(t_n + c_s h, y_n + h(a_{s1} k_1 + a_{s2} k_2 + \dots + a_{s,s-1} k_{s-1})).$$

0				
c_2	a_{21}			
c_3	a_{31}	a_{32}		
\vdots	\vdots	\dots		
c_s	a_{s1}	a_{s2}	\dots	$a_{s,s-1}$
	b_1	b_2	\dots	$b_{s-1} \quad b_s$

Пример моделирования



Диффузия частиц

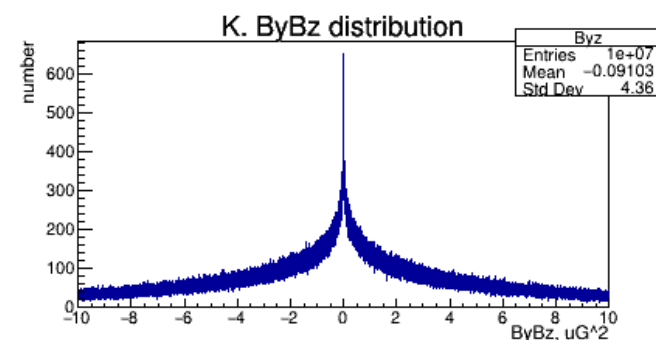
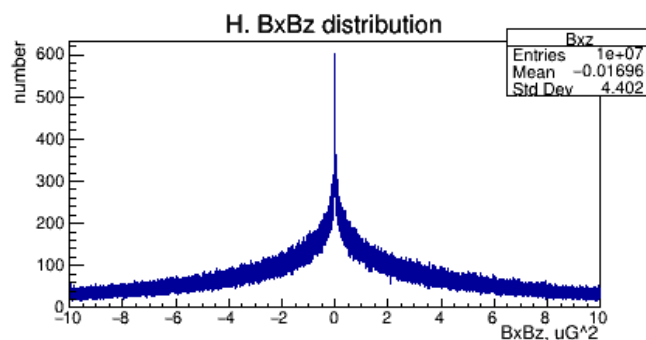
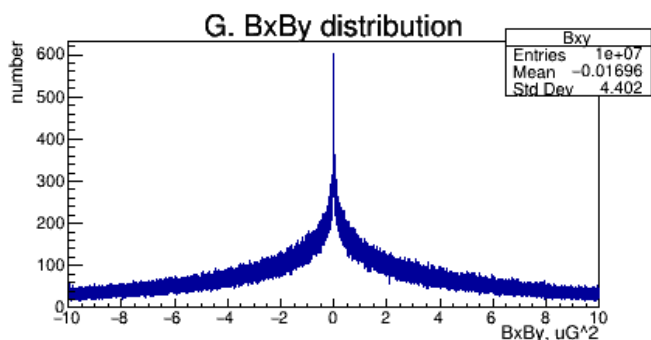
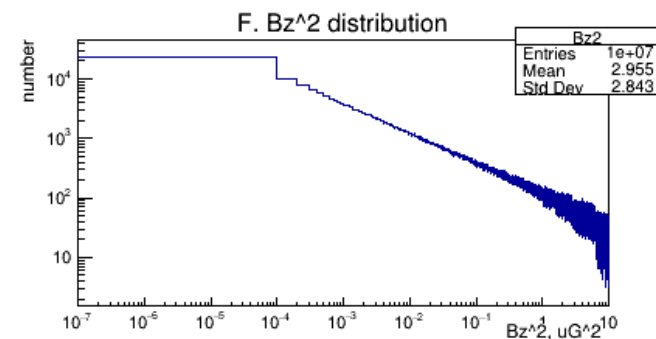
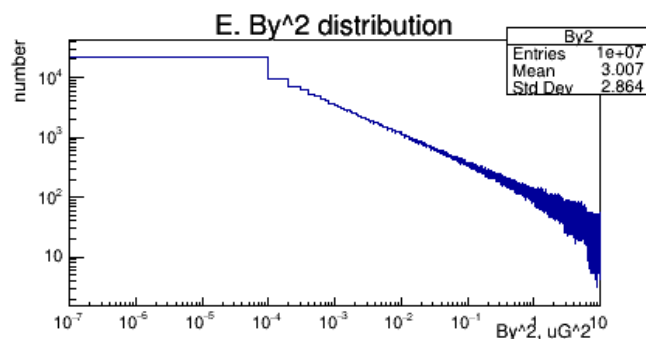
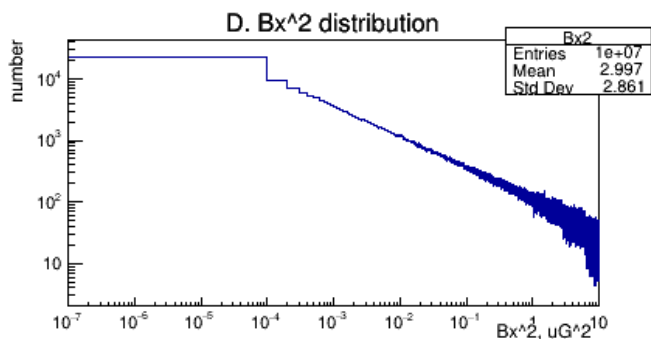
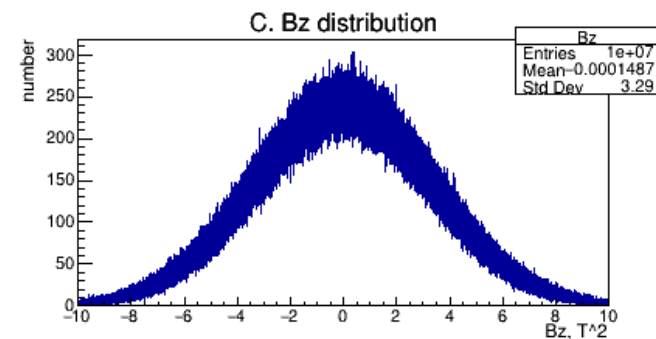
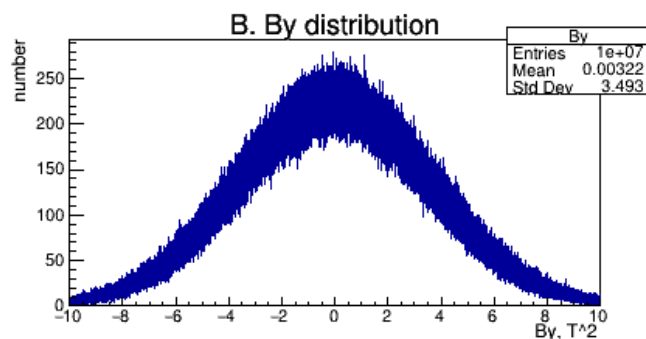
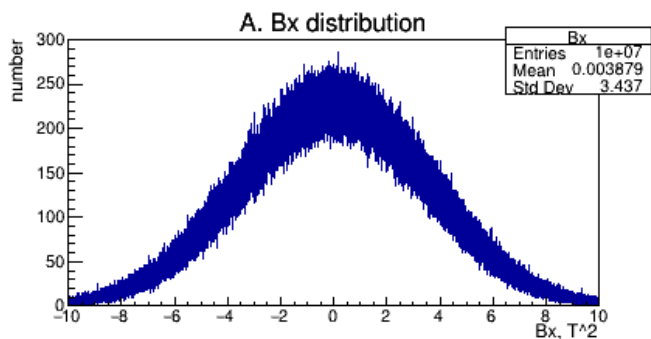


$$\langle r^2 \rangle \propto t$$

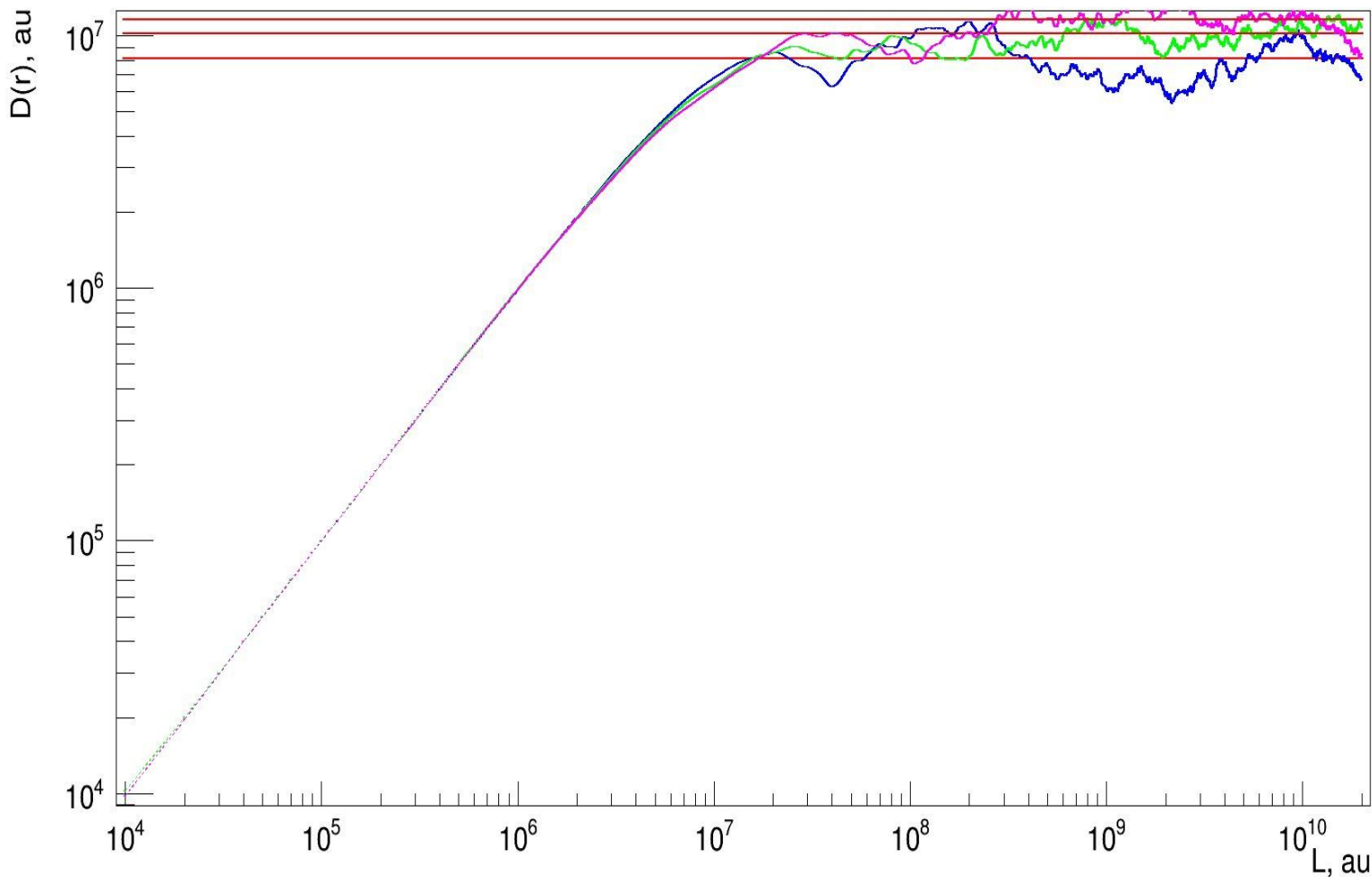
$$D_{ij} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_i x_j}{t}$$

Результаты

Турбулентное магнитное поле



Диффузия силовых линий поля

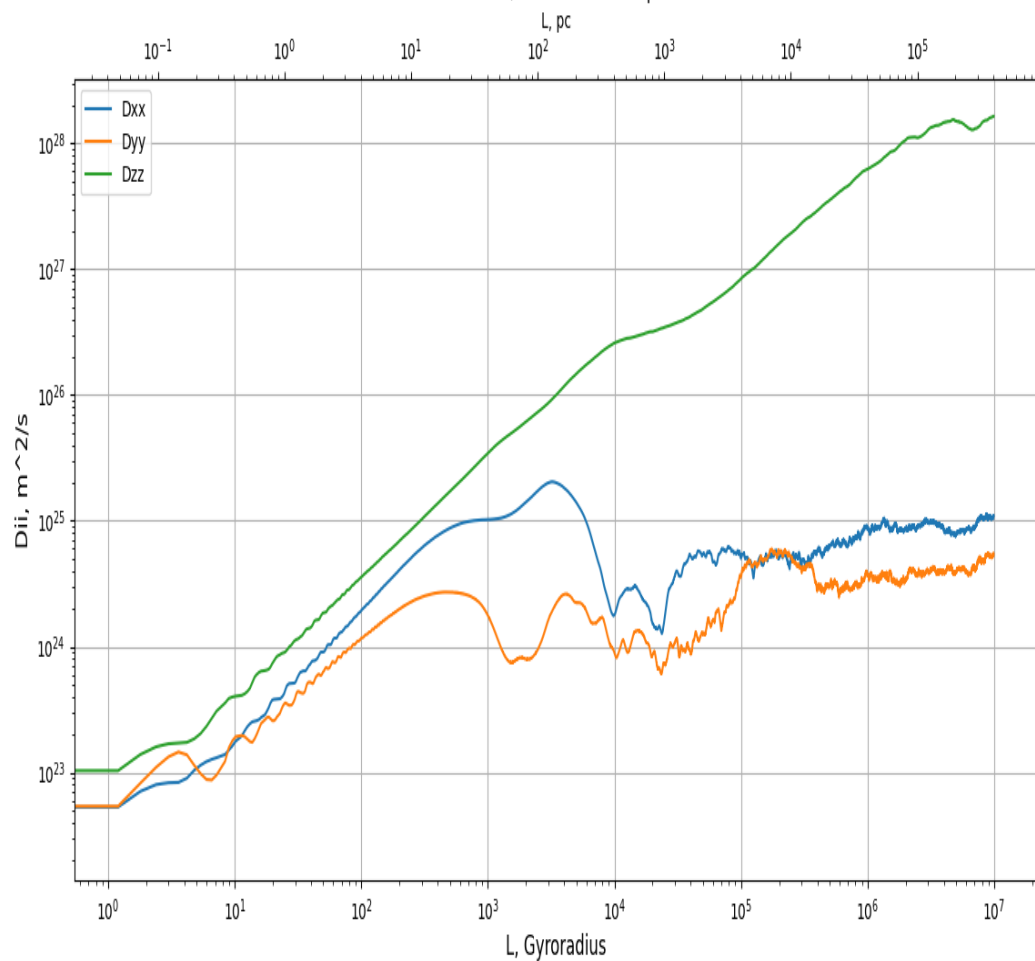


D_{rr} , а.е.	среднее, а.е.
8.12E+06	10.0E+06 +/-1.8E+06
1.02E+07	
1.16E+07	

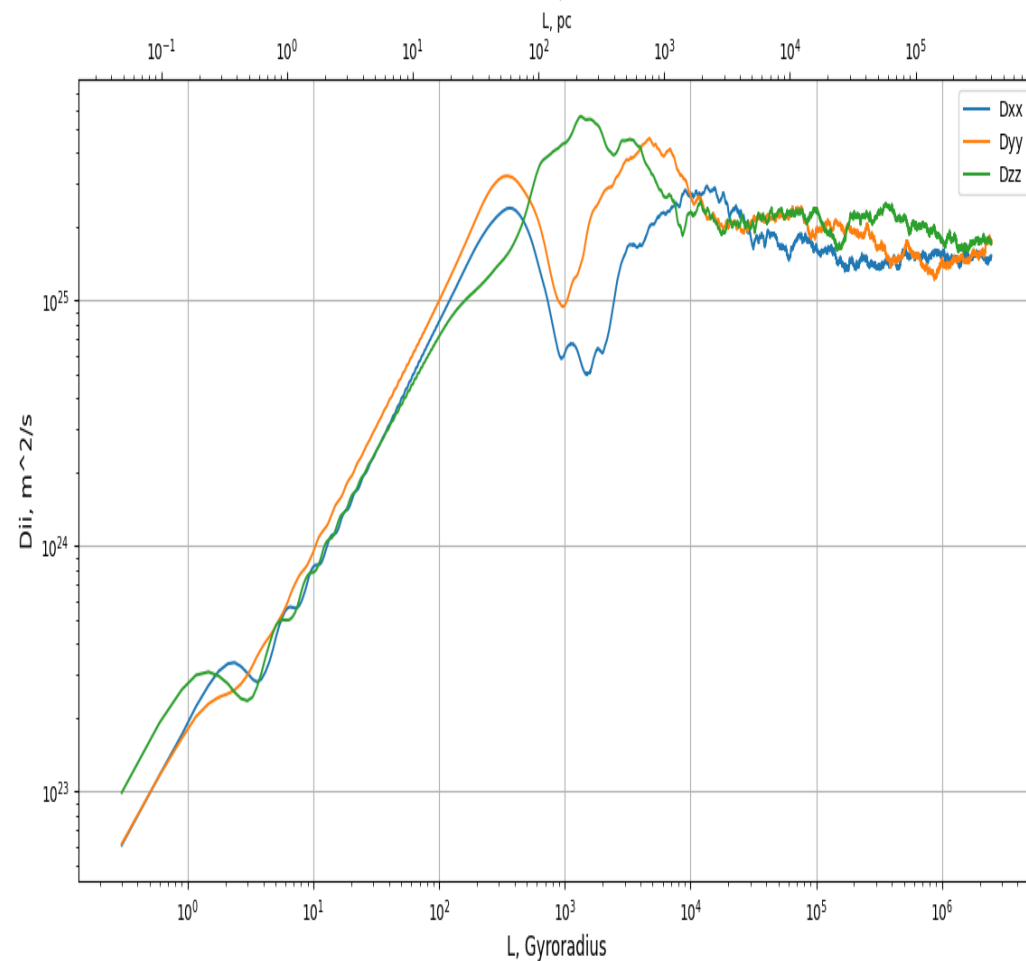
$\langle v \rangle = c/2 \Rightarrow$
 $D_{rr}(\text{м}^2/\text{с}) =$
 $1/3 * \langle v \rangle *$
 $D_{rr}(\text{а.е.}) = 7.3\text{e}25$
 $\text{м}^2/\text{с}$

Характер транспорта частиц

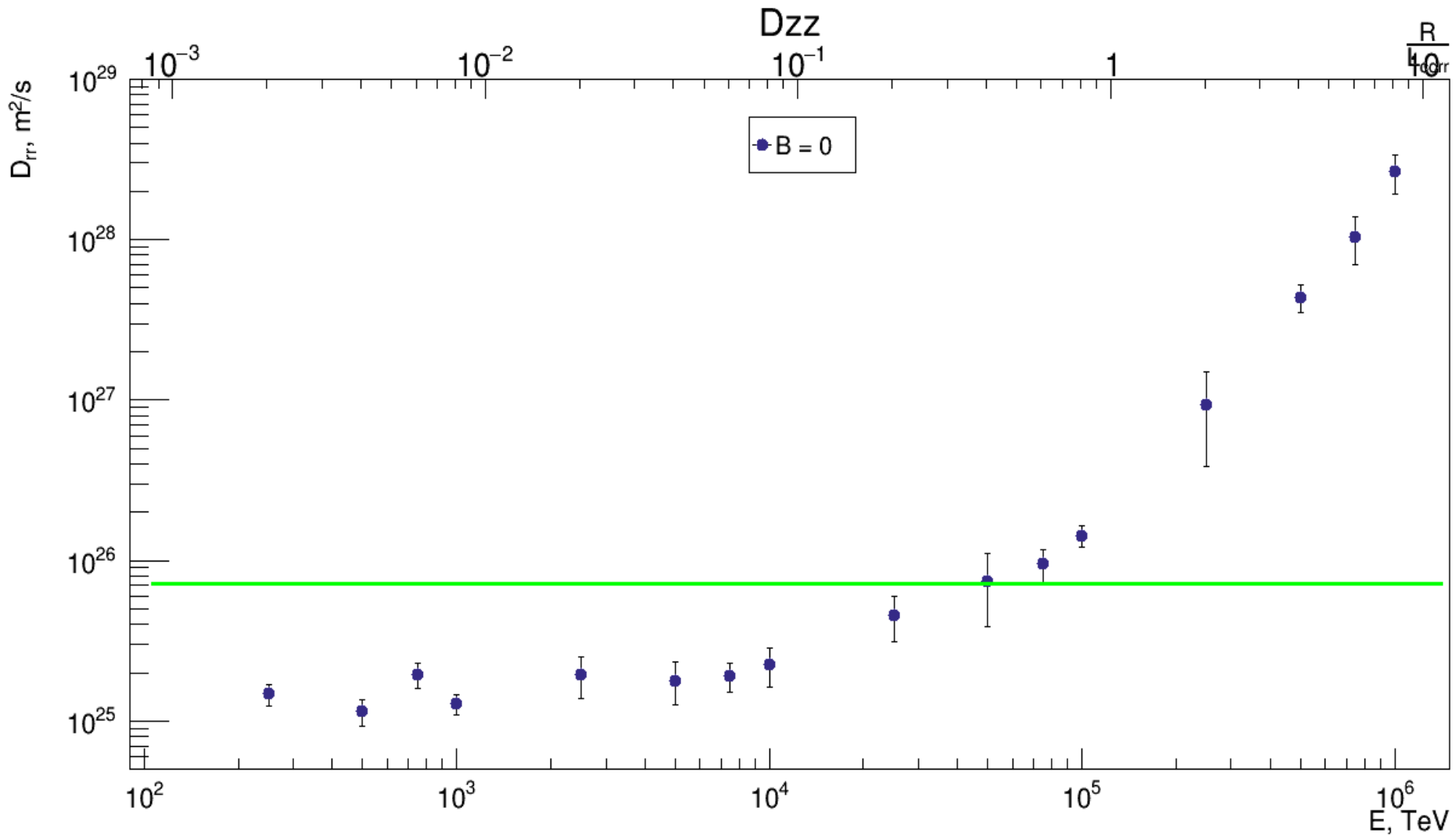
Dii vs L, 250 TeV Anisotrop



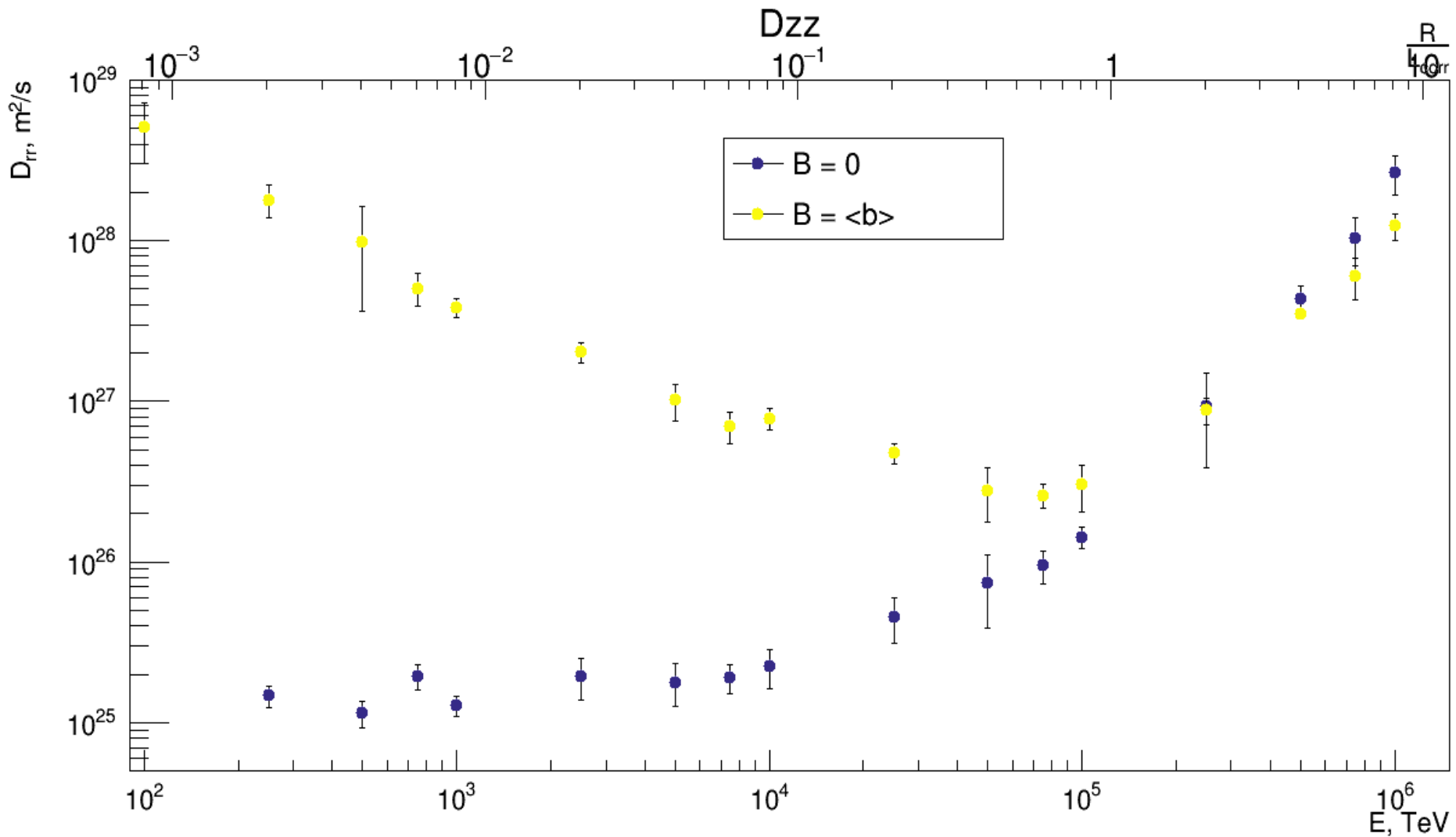
Dii vs L, 1 PeV



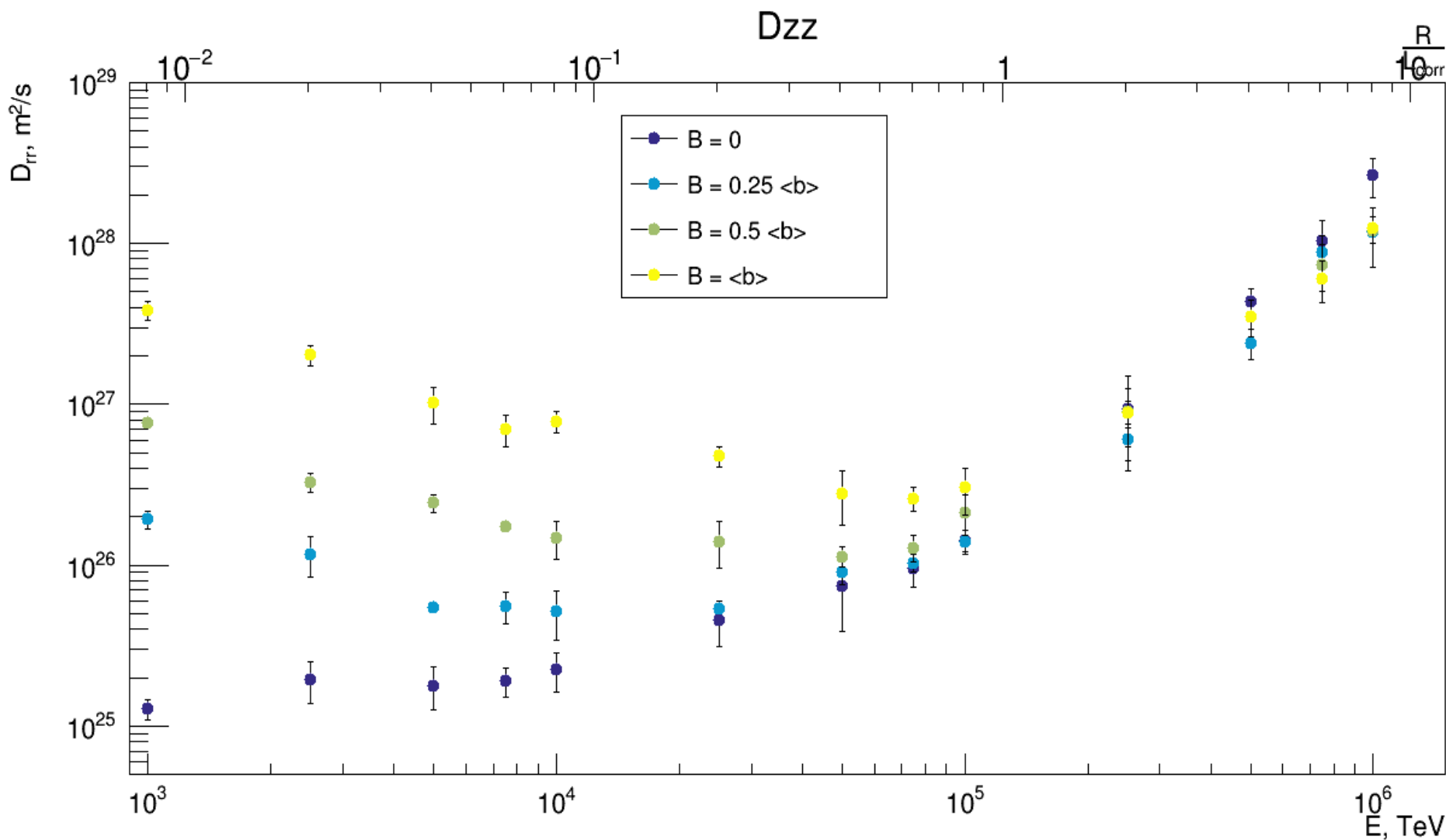
Транспорт частиц в изотропной турбулентности



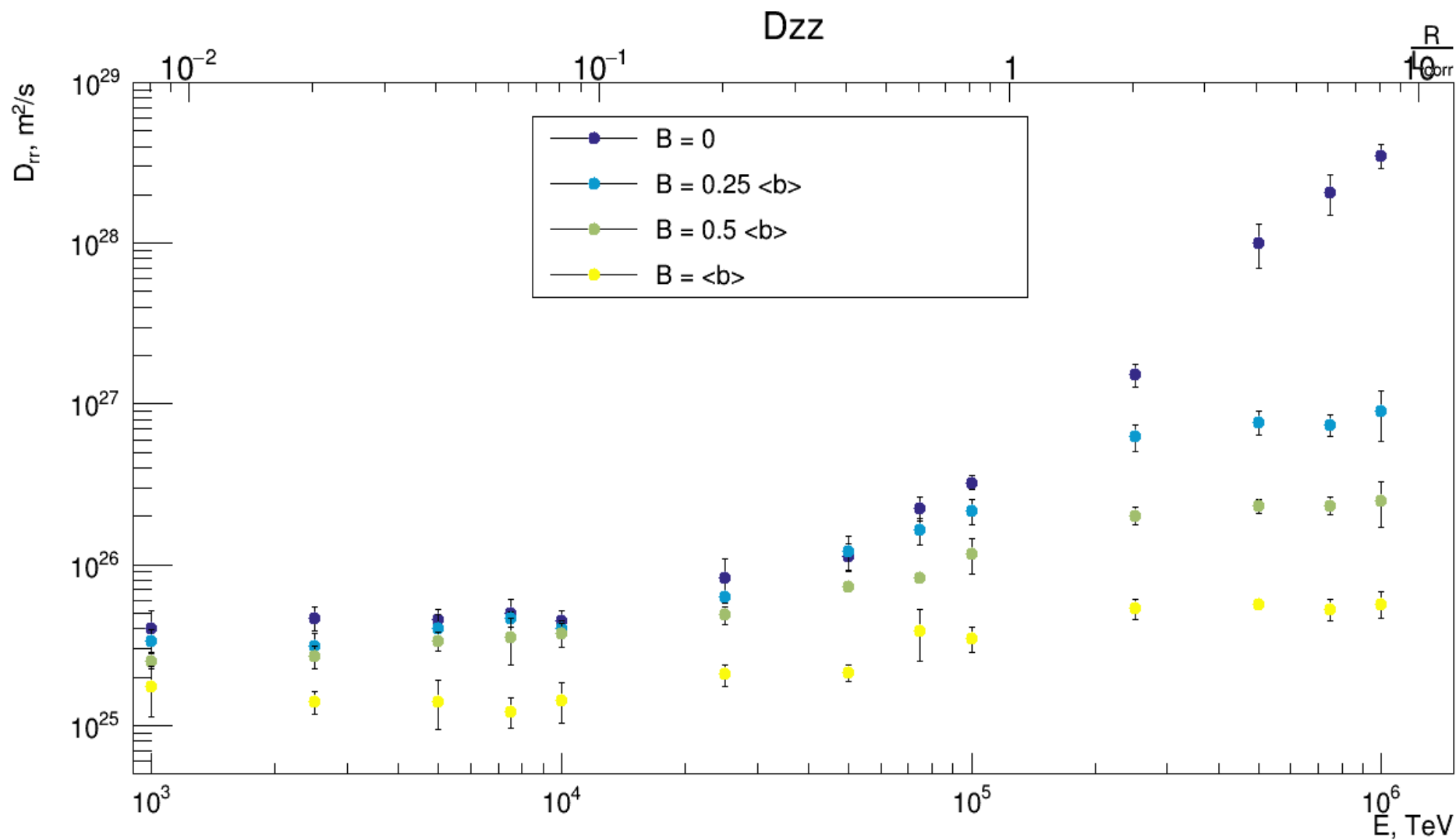
Транспорт частиц в анизотропном поле



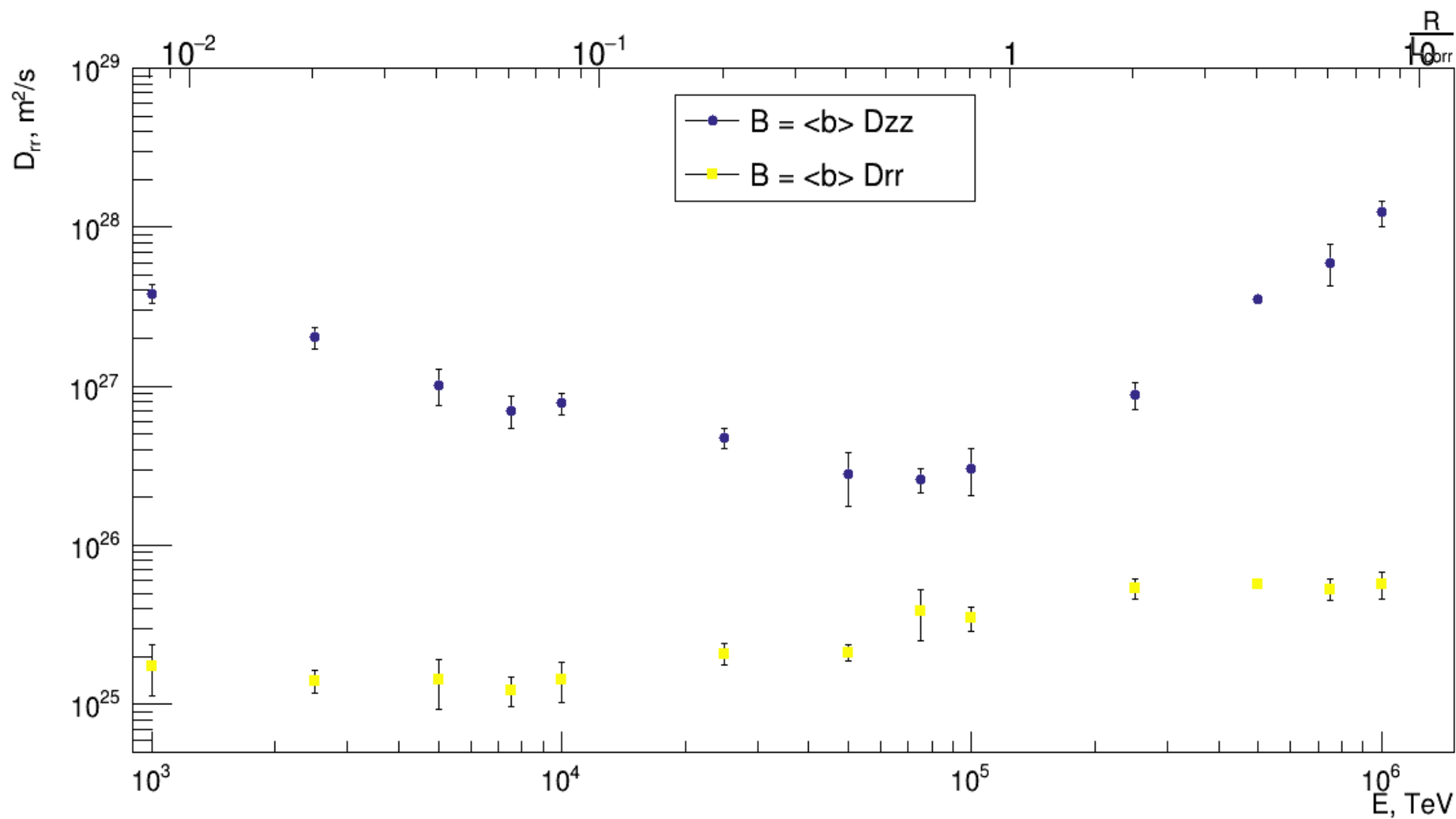
Транспорт частиц в различных конфигурациях поля



Транспорт частиц Поперек регулярного поля



Анизотропность диффузии



Результаты

- 1. Создана транспортная модель для частиц в синтетическом турбулентном поле**
- 2. Рассчитан коэффициент диффузии линий поля в изотропном случае**
- 3. Рассчитаны компоненты тензора диффузии частиц в турбулентном поле для разных соотношений постоянной и турбулентной компонент поля**

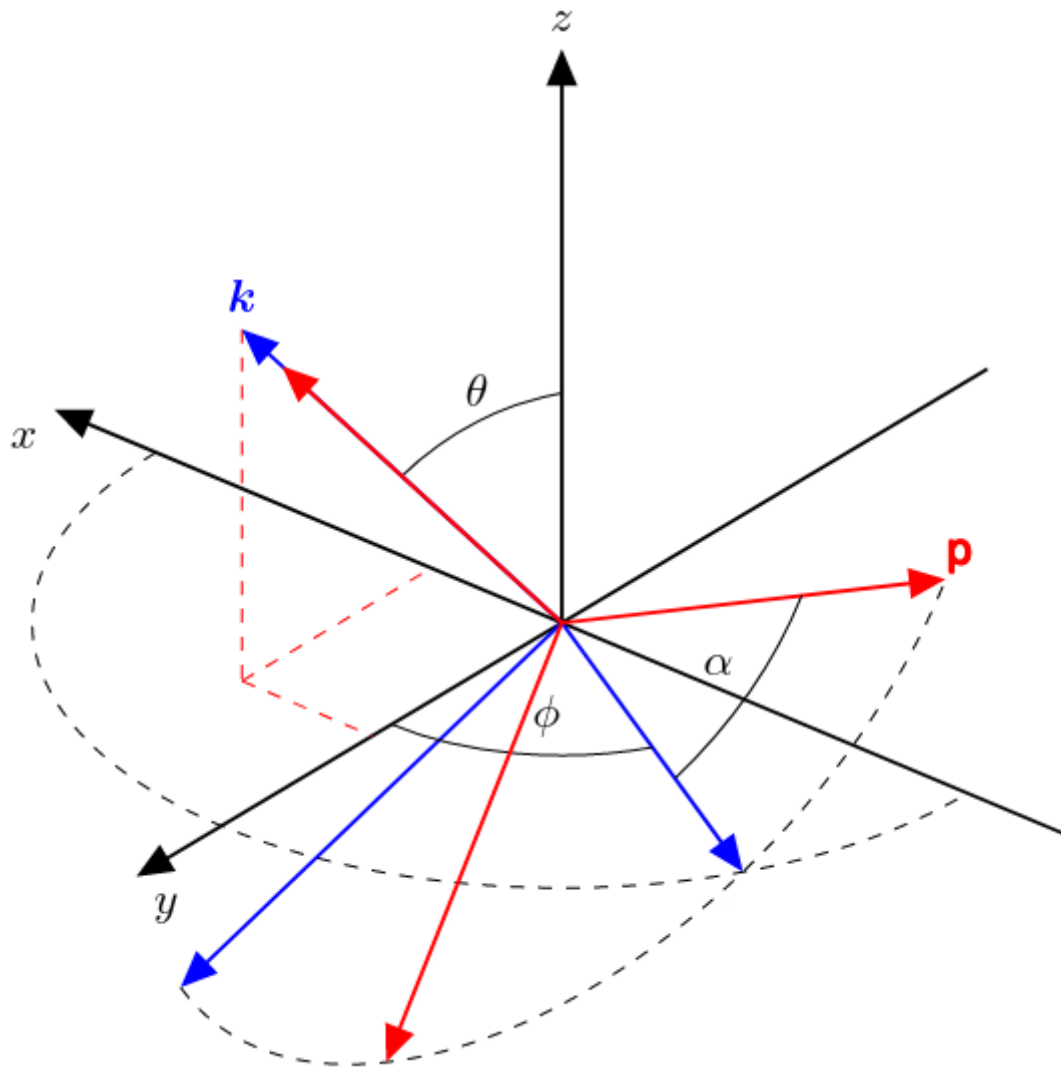
Выводы

- 1. Транспорт частиц носит сложный характер: на малых смещениях - баллистический, на больших – диффузионный**
- 2. При наличии регулярного поля диффузия анизотропна**
- 3. Компоненты тензора диффузии имеют немонотонную зависимость от энергии**

Спасибо за внимание!

Дополнительные слайды

Конструирование магнитного поля



$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_{\text{mean}} + \mathbf{B}_{\text{random}}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{B}_{\text{random}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N A_i \mathbf{p}_i \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} + \psi_i)$$

$$k_i = k_1 \cdot \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{\frac{i}{N}} \quad dk_i = k_i \frac{\ln(\frac{k_2}{k_1})}{N}$$

$$\mathbf{k}_i = k_i \boldsymbol{\kappa}_i$$

$$\boldsymbol{\kappa}_i = \begin{pmatrix} \sin(\theta_i) \cos(\phi_i) \\ \sin(\theta_i) \sin(\phi_i) \\ \cos(\theta_i) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_i = \begin{pmatrix} -\sin(\phi_i) \cos(\alpha_i) + \cos(\theta_i) \cos(\phi_i) \sin(\alpha_i) \\ \cos(\phi_i) \cos(\alpha_i) + \cos(\theta_i) \sin(\phi_i) \sin(\alpha_i) \\ -\sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) \end{pmatrix}$$

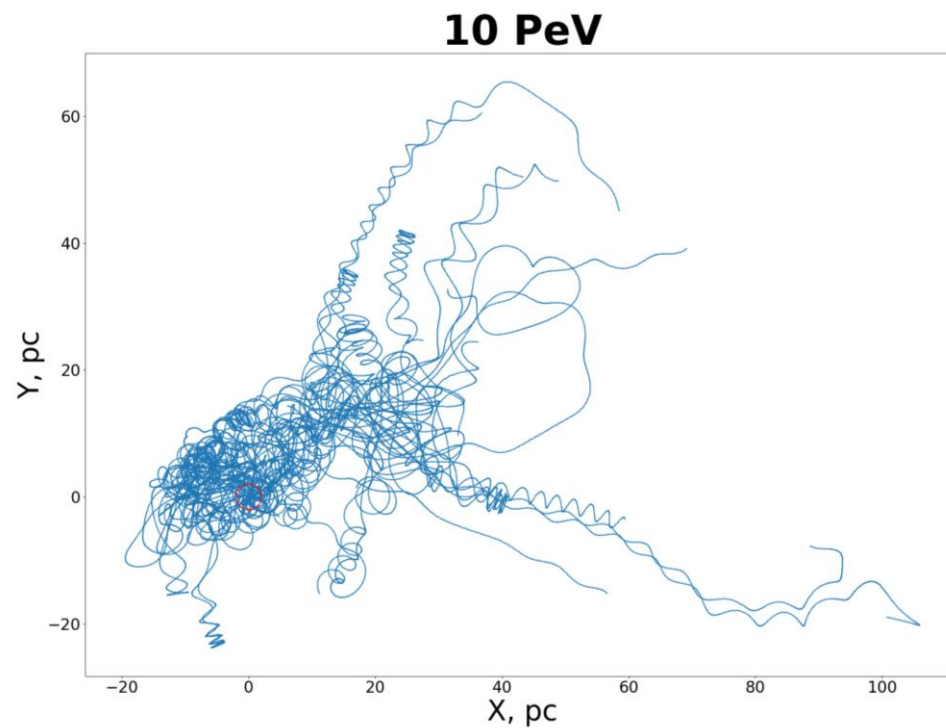
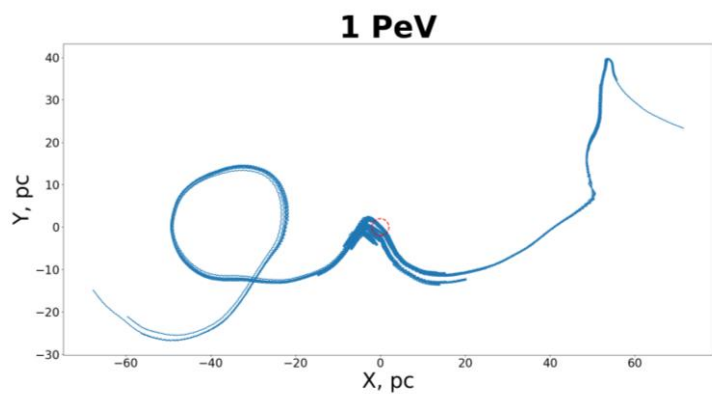
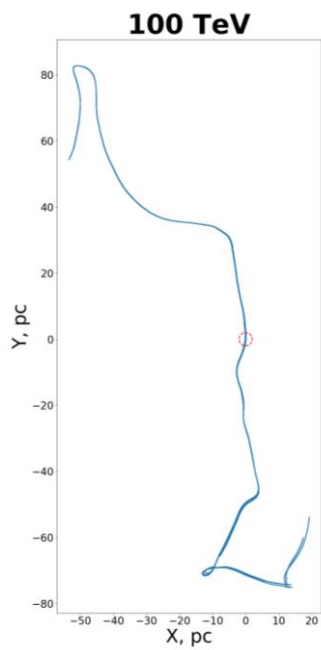
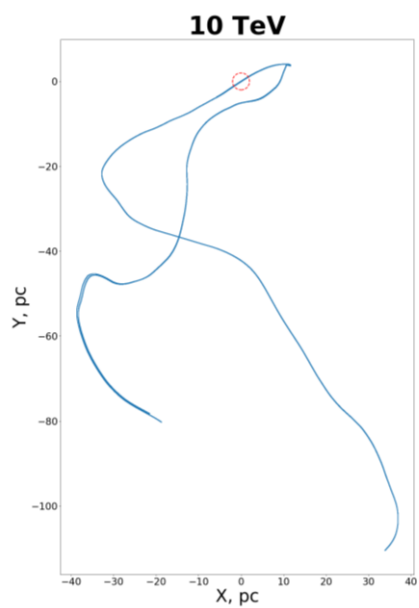
$$A_i = \sqrt{\frac{2 \xi k_i^{-\frac{11}{3}} dk_i}{B_{\text{rms}}}}$$

$\phi_i, \cos(\theta_i), \alpha_i, \psi_i$ – равномерно распределены

\mathbf{k}_i – волновой вектор

\mathbf{p}_i – поляризация

Анизотропия транспорта



Диффузия одной частицы

