

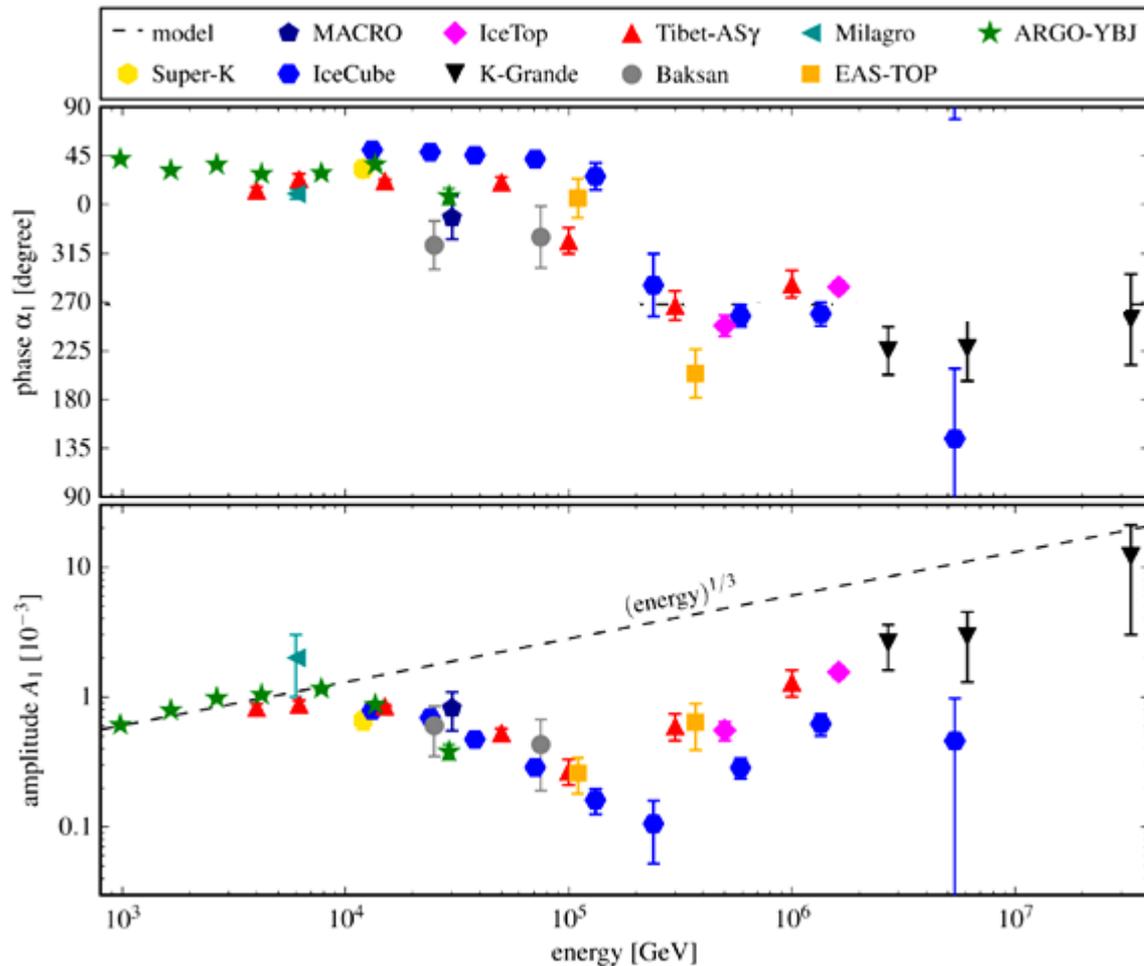
АНИЗОТРОПИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В РАМКАХ НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ

Докладчик: Р.Т. Сибатов (УлГУ)

1

**В сотрудничестве с:
В.В. Учайкин (УлГУ), Д.А. Ерлыкин (ФИАН)**

ПРОБЛЕМА АНИЗОТРОПИИ



Ahlers, M., Mertsch, P. (2017). *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 94, 184.

- Hillas, A. M. (2005). *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 31(5).
Erykin, A. D., Wolfendale, A. W. (2006). *Astroparticle Physics*, 25(3), 183.
Ptuskin, V. S. et al. (2006). *Advances in Space Research*, 37(10), 1909.
Zirakashvili, V. N. (2005) *Int. J. of Modern Physics A*, 20(29), 6858-6860.
Sveshnikova, L. G., Strelnikova, O. N., Ptuskin, V. S. (2013). *Astroparticle Physics*.

ЛОКАЛЬНАЯ ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ

Березинский, В. С., Буланов, С. В., Гинзбург, В. Л., Догель, В. А., Птускин, В. С. (1984).
Blasi, P., Amato, E. (2012). Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(01), 010.

$$\frac{\partial n_k(E, \vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla [D_k(E) \nabla n_k(E, \vec{r}, t)] - \Gamma_k^{sp}(E) n_k(E, \vec{r}, t) + N_k(E) \delta(t - t_s) \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_s)$$

H ($k = 1$), He ($k = 2$), CNO ($k = 3$), Mg-Al-Si ($k = 4$) and Fe ($k = 5$)

Спектр инжекции:
$$N_k(E) \propto E^{-\gamma} \exp \left[- \left(\frac{E}{E_{\max, k}} \right) \right]$$

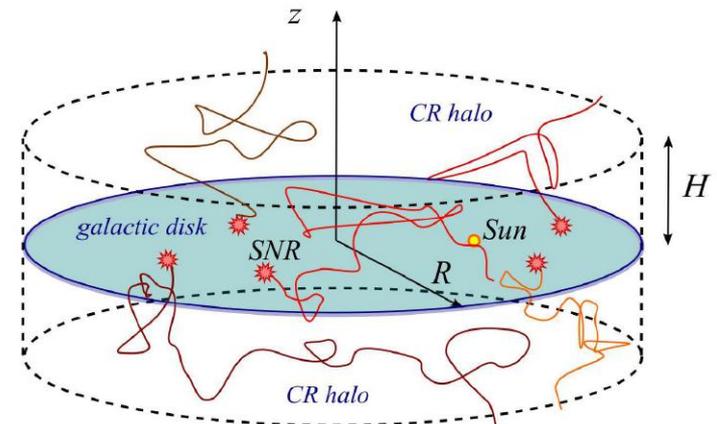
Коэффициент диффузии:
$$D(E) = 10^{28} D_{28} \left(\frac{R}{3GV} \right)^\delta \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$\mathcal{G}_k(\vec{r}, t; \vec{r}_s, t_s) = \frac{N_k(E, t_s)}{[4\pi D_k \tau]^{3/2}} \exp[-\Gamma_k^{sp}(E)\tau] \exp \left[-\frac{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}{4D_k \tau} \right] \times$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \exp \left[-\frac{(z - z'_n)^2}{4D_k \tau} \right],$$

$$z'_n = (-1)^n z_s + 2nH$$

Коэффициент анизотропии:
$$\delta_{\vec{x}} = \frac{3D(E)}{c} \frac{\nabla_{\vec{x}} n_{CR}(E, \vec{r}, t)}{n_{CR}}$$



Некоторые недостатки локальной модели

Противоречие со специальной теорией относительности

Aloisio, R., Berezhinsky, V., Gazizov, A. (2009). *The Astrophysical Journal*, 693(2), 1275.

Prosekin, A. Y., Kelner, S. R., & Aharonian, F. A. (2015). *Physical Review D*, 92(8), 083003.

Модель игнорирует многомасштабную структуру

Ragot B. R., Kirk J. G. (1997). *Astron. Astrophys.* 327.

Lagutin A., Nikulin Yu., Uchaikin V. (2001). *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 97

Erlykin, A. D., Lagutin, A. A., & Wolfendale, A. W. (2003). *Astroparticle Physics*, 19(3), 351-362.

Нет перехода к баллистическому транспорту при больших энергиях

Aloisio, R., Berezhinsky, V., Gazizov, A. (2009). *The Astrophysical Journal*, 693(2), 1275.

Некорректна вблизи источников и границ

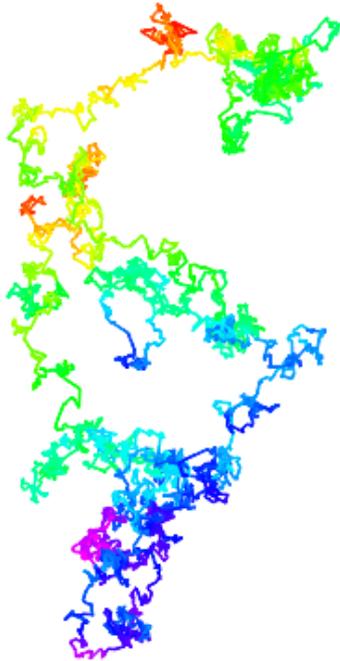
Litvinenko, Y. E., Effenberger, F., & Schlickeiser, R. (2015). *The Astrophysical Journal*, 806(2), 217.

Нелокальная диффузия

Ragot B. R., Kirk J. G. *Astron. Astrophys.* 327 (1997).

Lagutin A., Nikulin Yu., Uchaikin V. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* 97 (2001)

$$\alpha = 1.6$$



Exponential distribution of
free path length



Power law distribution of
free path length

$$\text{Prob}(R > r) \propto r^{-\alpha}$$

Уравнения аномальной диффузии

Дробное уравнение аномальной диффузии

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -D_\alpha (-\Delta)^{\alpha/2} N(\mathbf{r}, t, E) + \delta(\mathbf{r})\delta(t)S(E)$$

Решение в терминах плотности Леви-Фельдгейма

$$N(\mathbf{r}, t, E) = [D_\alpha t]^{-3/\alpha} \Psi_3^{(\alpha)}([D_\alpha t]^{-1/\alpha} r) S(E)$$

$$D(E) = D_0 E^\delta$$

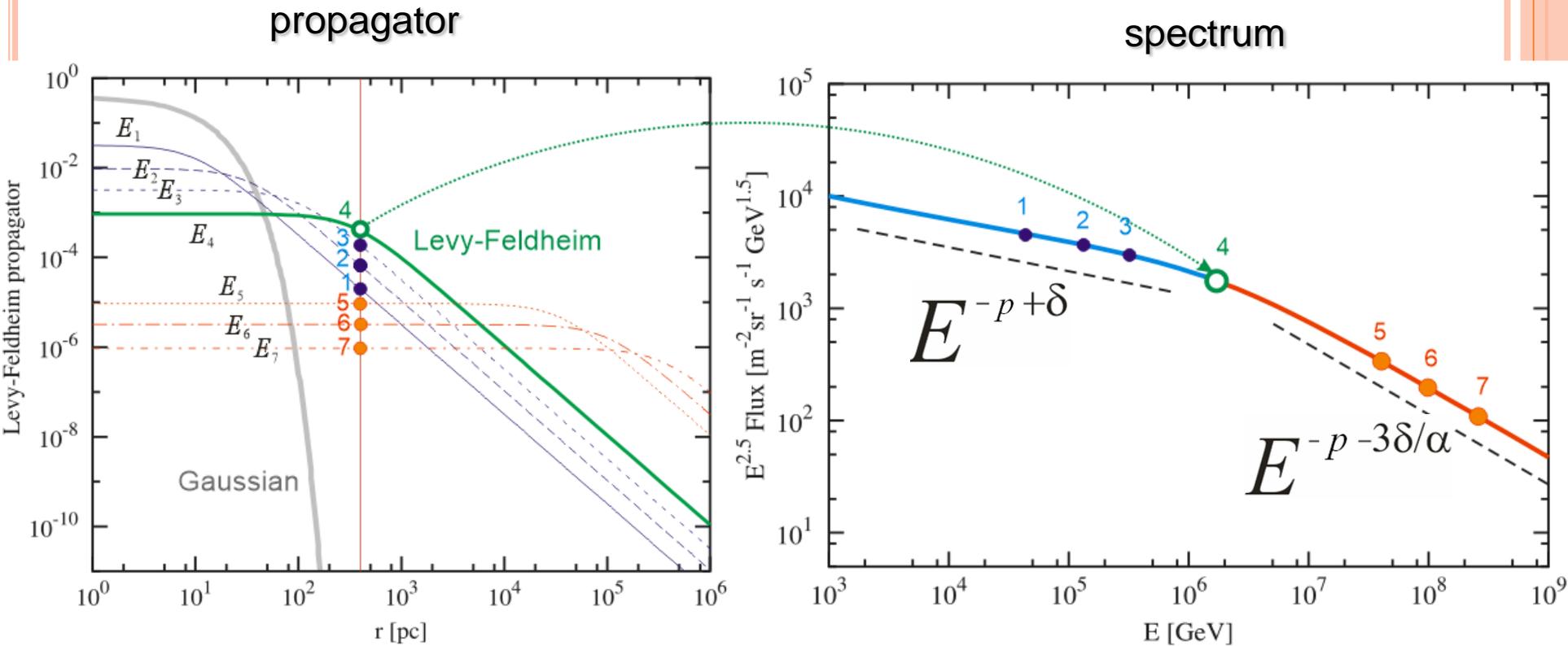
Для больших энергий

$$N(\mathbf{r}, t, E) \sim S_0 r^{-3} E^{-p} \left[\xi^3 \Psi_3^{(\alpha)}(0) \right] \propto E^{-p-3\delta/\alpha}, \quad E \rightarrow \infty,$$

Для малых энергий

$$N(\mathbf{r}, t, E) \propto \begin{cases} E^{-(p+3\delta/2)} \exp(-\xi_1^2/4E^\delta), & \alpha = 2; \\ E^{-(p-\delta)}, & \alpha < 2. \end{cases}$$

Интерпретация колена в модели Лагутина-Учайкина



Lagutin A A, Uchaikin V V Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B 201 212 (2003).

Lagutin A A, Tyumentsev A G, in Proc. of ICRC (2004).

Erlykin A D, Lagutin A A, Wolfendale A W Astropart. Phys. 19 (2003).



Дробно-баллистическая модель аномальной диффузии

Уравнение дробно-баллистической диффузии:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - \frac{A_\alpha}{v^{\alpha-1} \langle R \rangle} \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right)^\alpha \right\rangle \right] N(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\langle R \rangle} S_\alpha(\mathbf{r}, t), \quad 1 < \alpha < 2;$$

Материальная производная дробного порядка

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right)^\alpha N(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right) \int_0^t \frac{N(\mathbf{r} - \mathbf{v}(t - \tau), \tau)}{\Gamma(1 - \alpha)(t - \tau)^\alpha} d\tau.$$

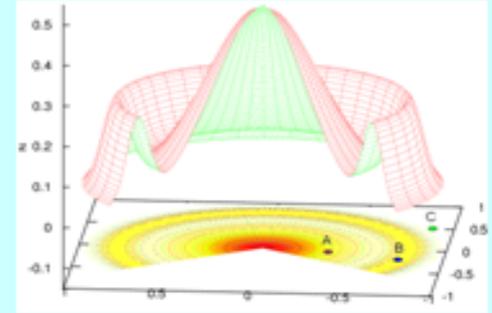
Uchaikin, V. V. (2013). Physics-Uspekhi, 56(11), 1074.

Uchaikin V.V., Sibatov R.T. Fractional Kinetics in Space. World Scientific, 2018.

Учайкин, В. В., Ерлыкин, А. Д., Сибатов, Р. Т. (2022). Нелокальные модели переноса космических лучей в межзвездной среде. УФН, 65.

RELATIVISTIC PRINCIPLE

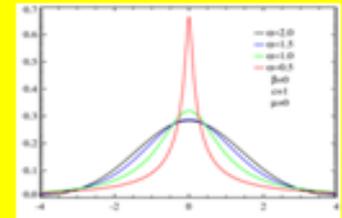
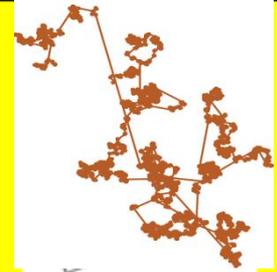
(finite speed requirement)



NONLOCAL DIFFUSION (Non-Fickian)

Statistical ground: GENERALIZED LIMIT THEOREM

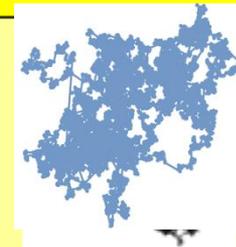
Trajectory: LEVY FLIGHT



NORMAL DIFFUSION

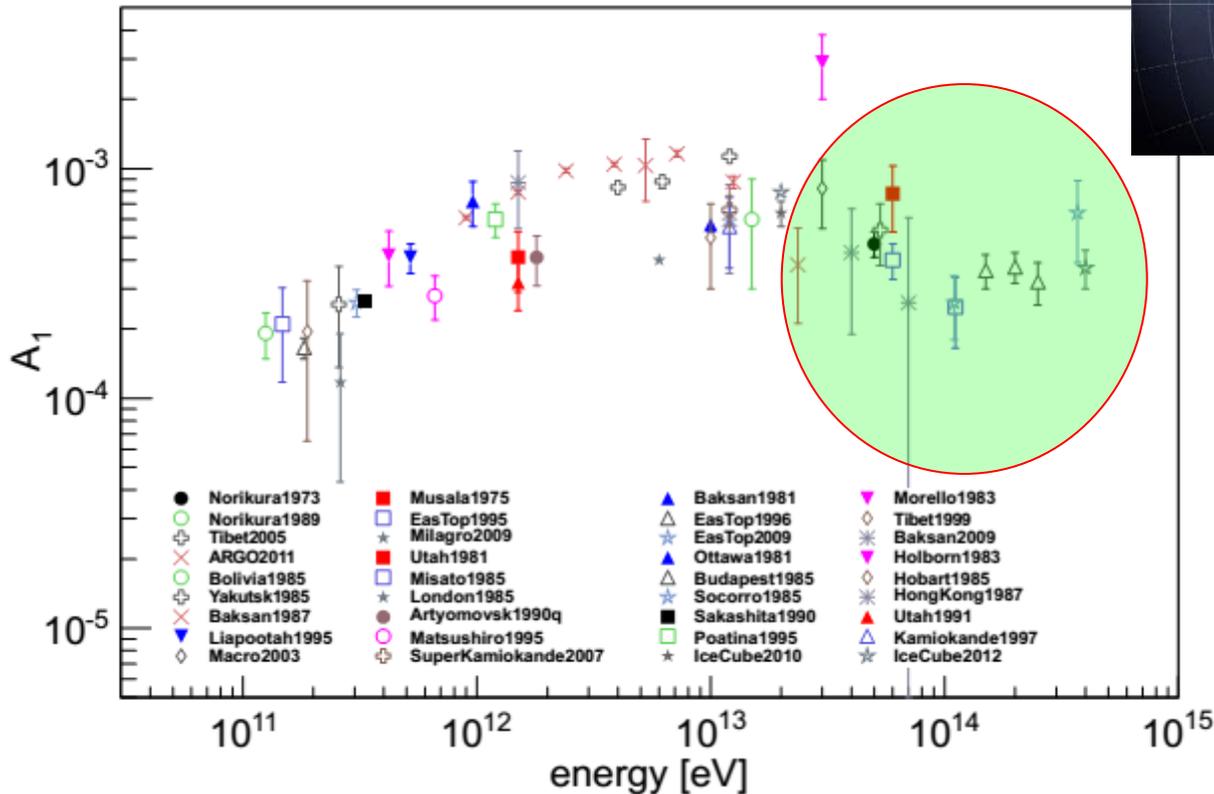
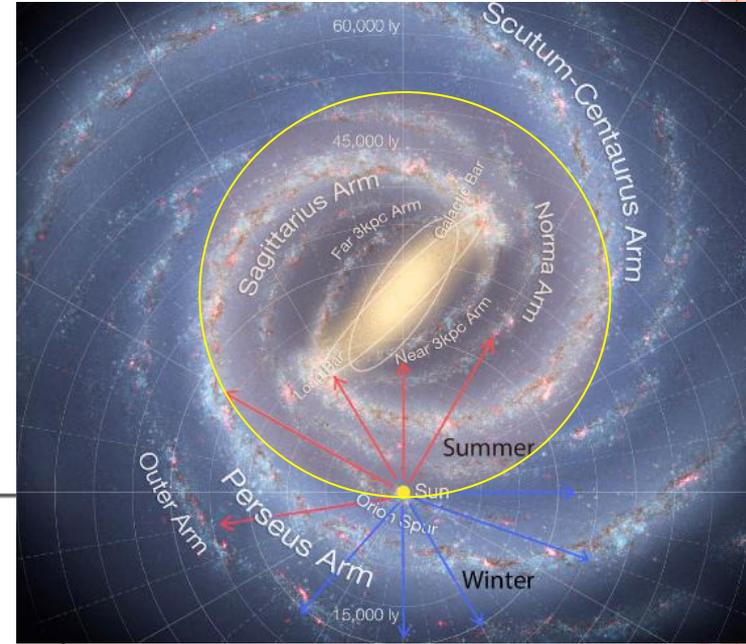
Statistical ground: CENTRAL LIMIT THEOREM

Trajectory: BROWNIAN MOTION

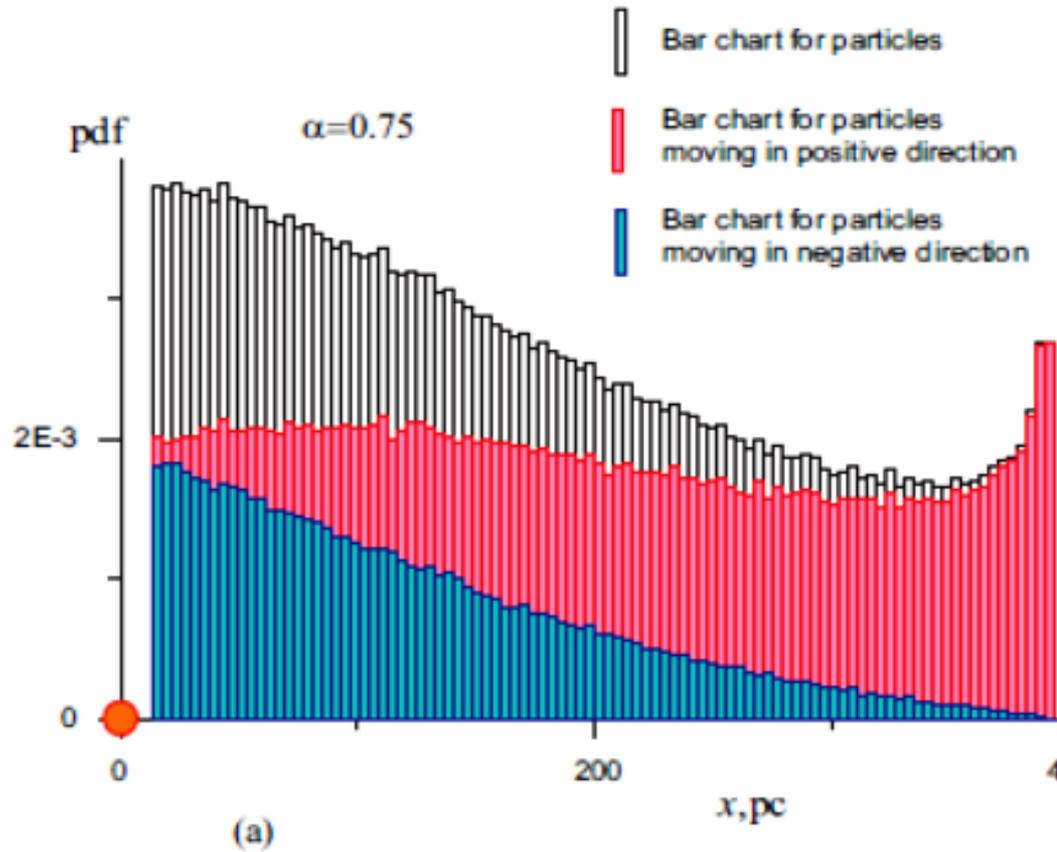


Проблема инверсии анизотропии

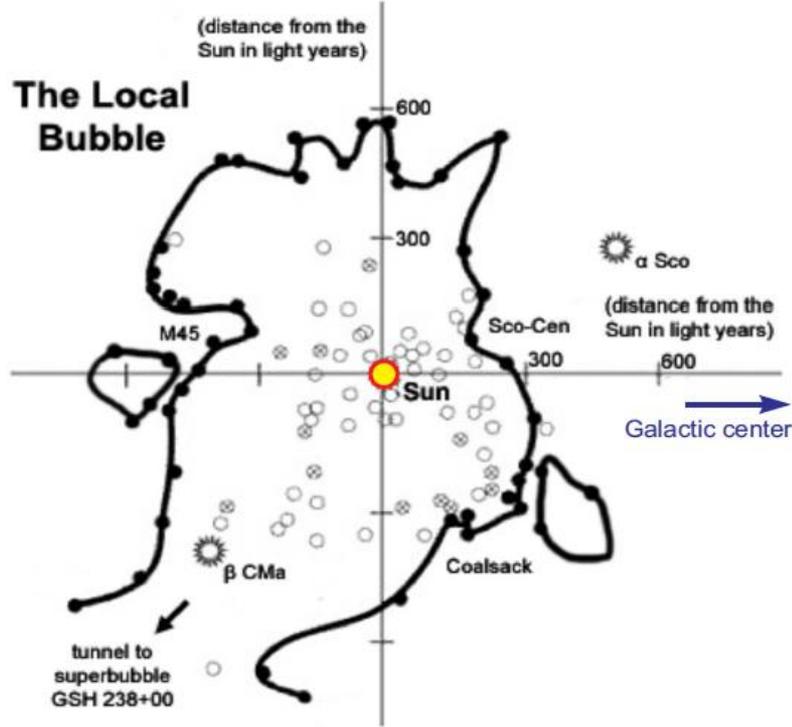
Могут ли частицы, исходящие из источника в определенном направлении, наблюдаться на Земле как приходящие с противоположного направления?



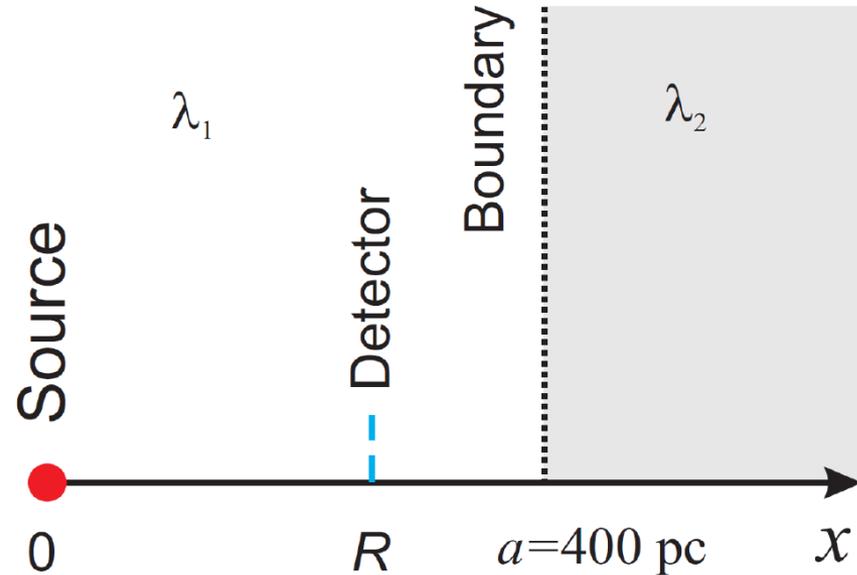
Противоположный знак градиента плотности



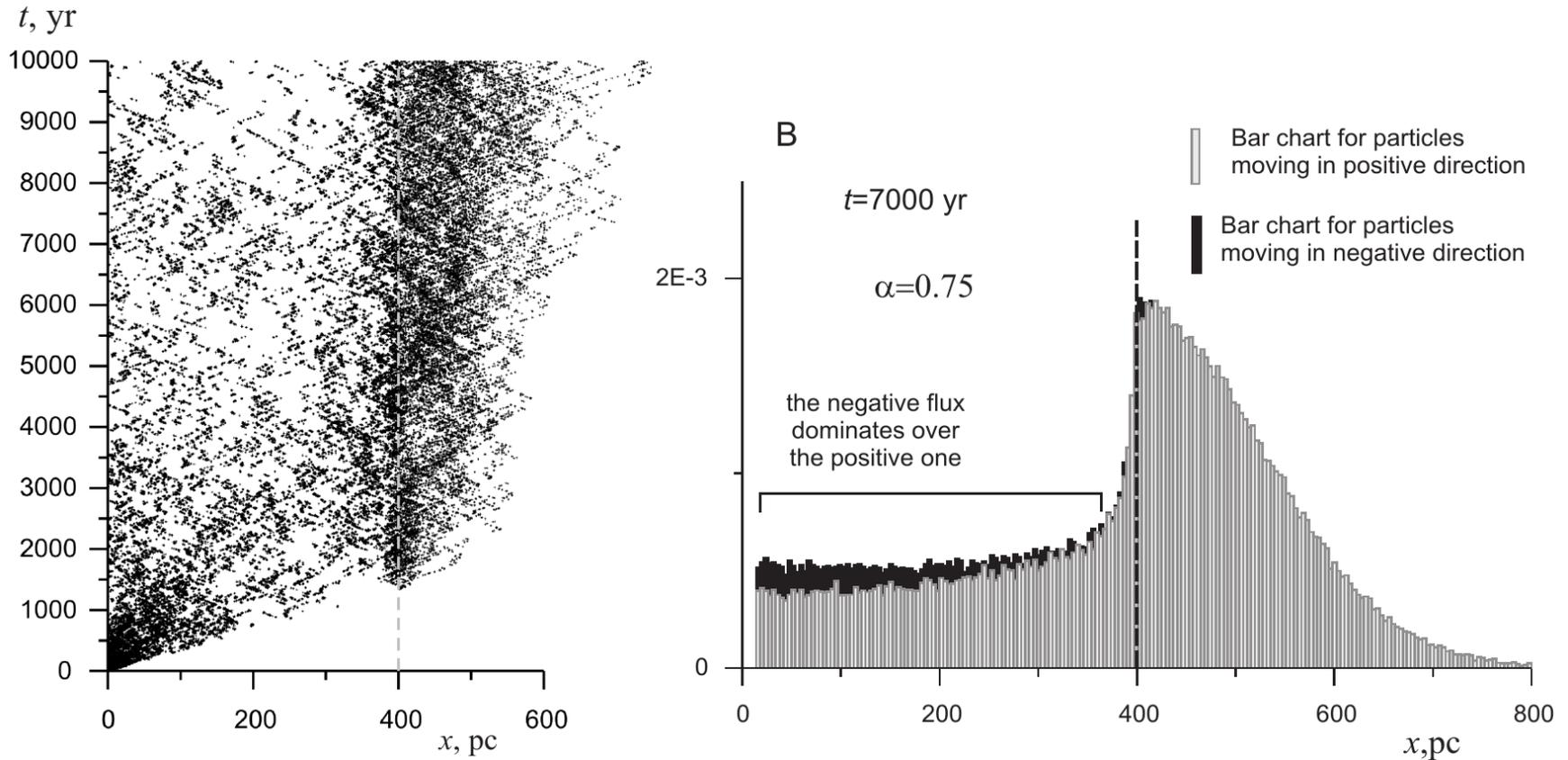
Местный пузырь



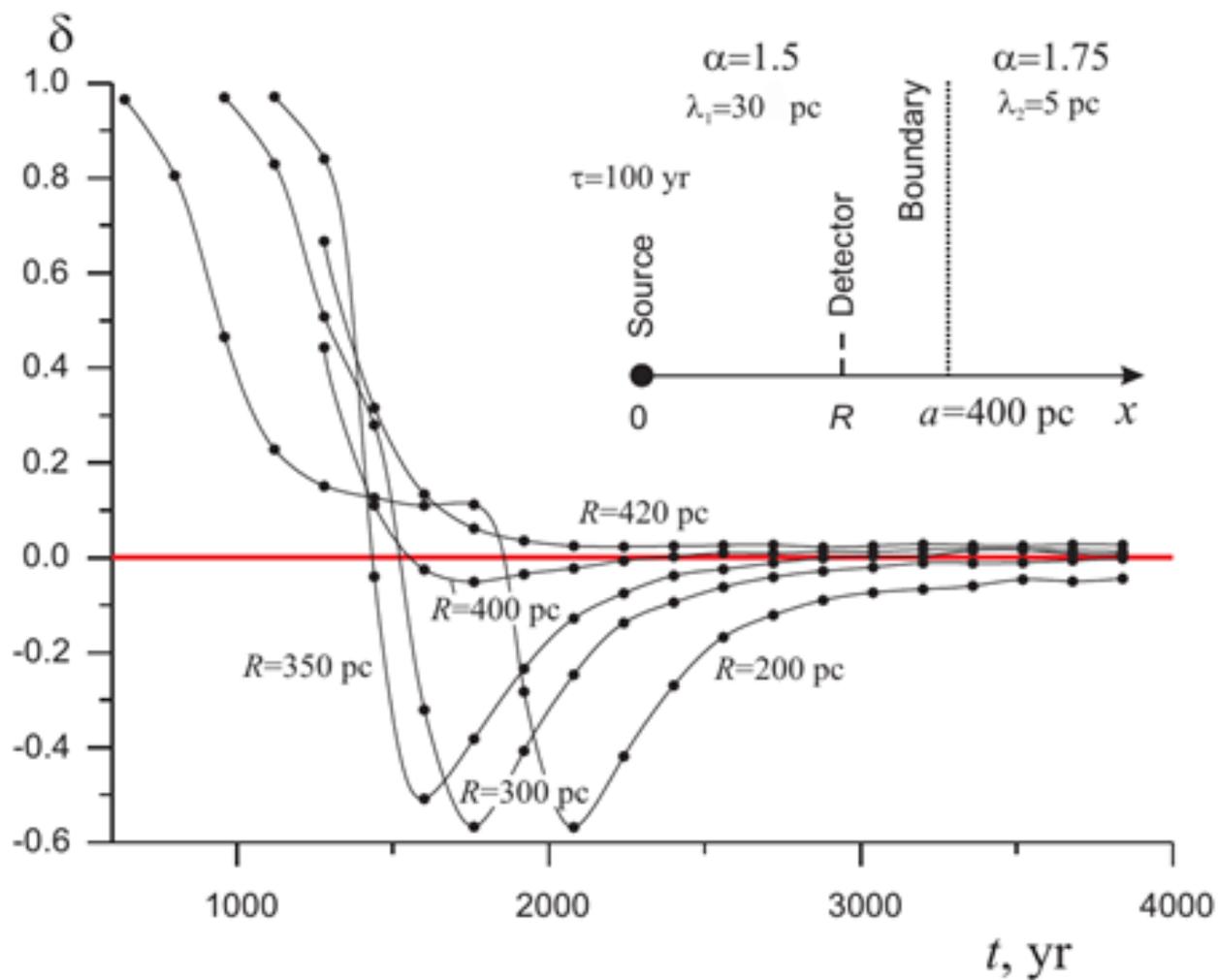
Erlykin AD,
Sibatov RT, Uchaikin VV,
Wolfendale AW, ICRC, 2015



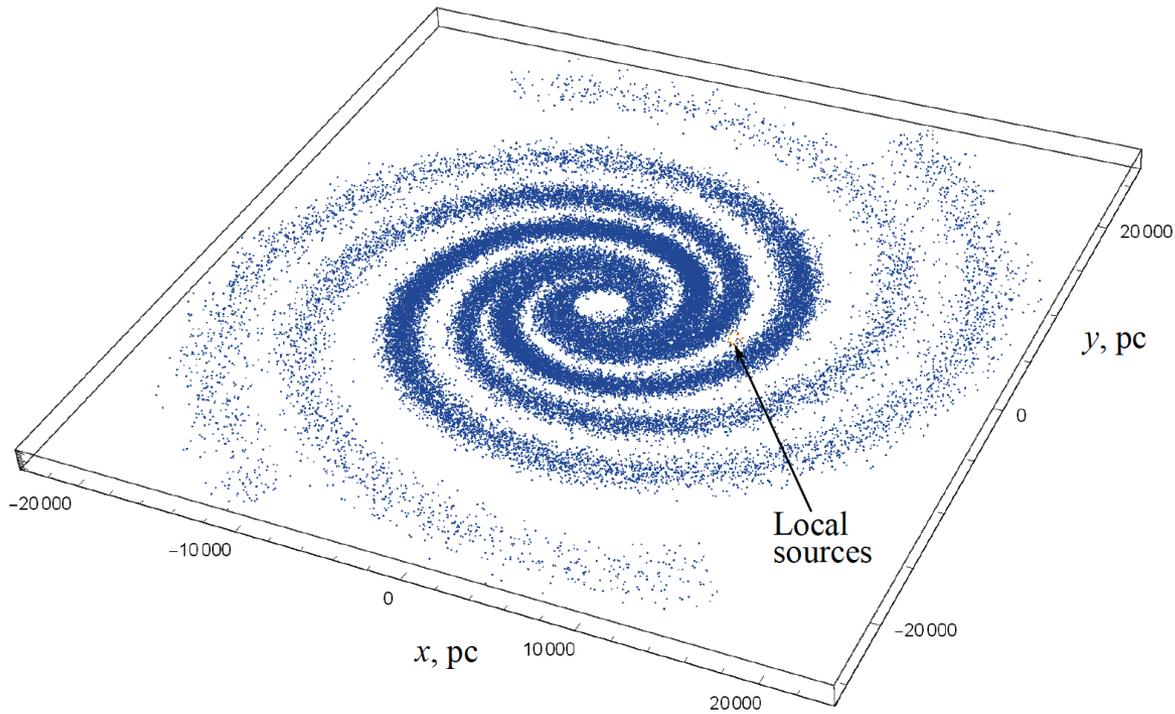
Стохастическое отражение фронта



ДИНАМИКА КОЭФФИЦИЕНТА АНИЗОТРОПИИ

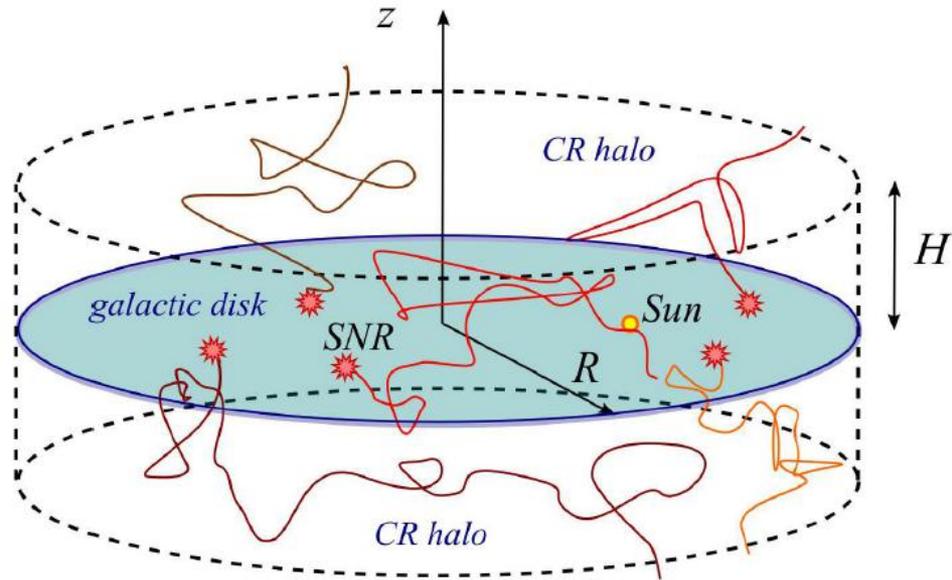


Совокупность близких и удалённых источников



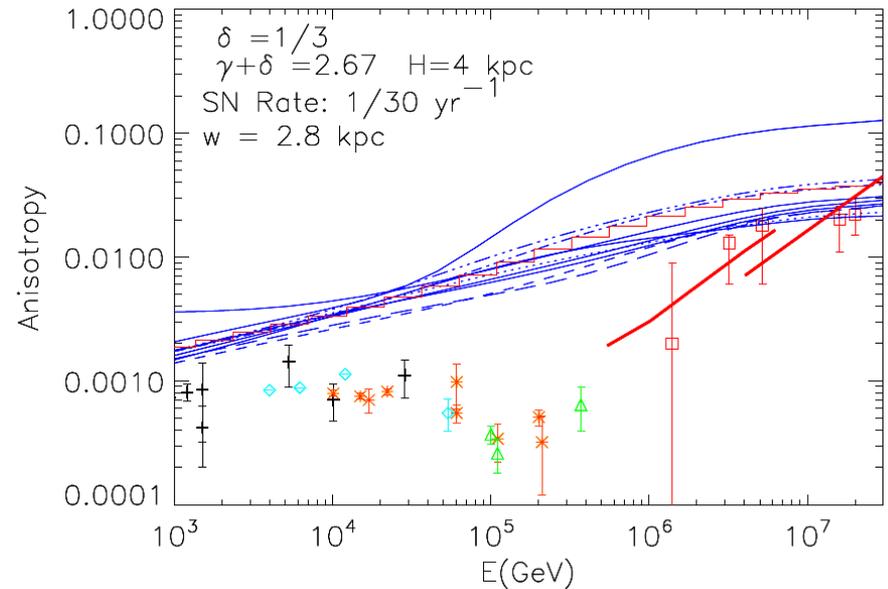
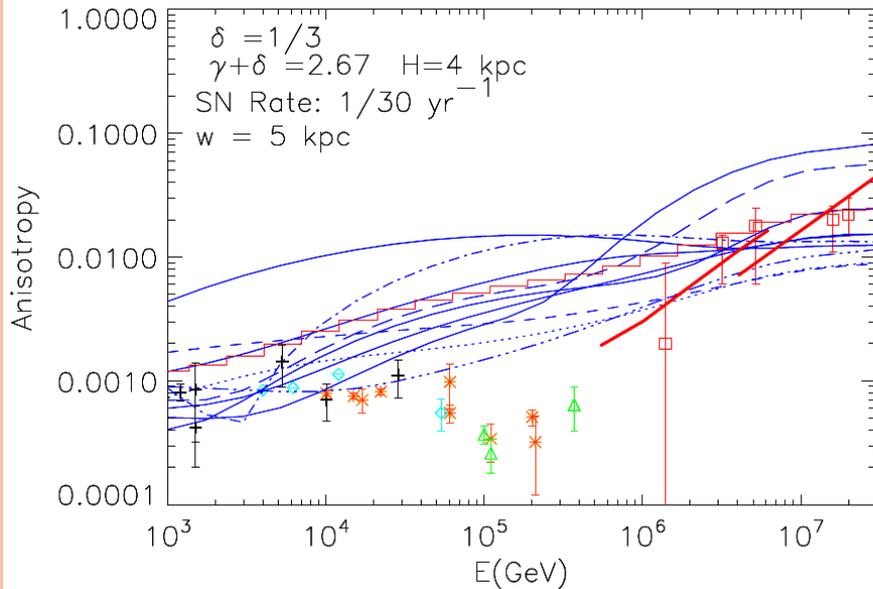
Case, G., Bhattacharya, D. (1996). *Astronomy and Astrophysics Suppl*, 120, 437.

Faucher-Giguere, C. A., Kaspi, V. M. (2006). *Astrophysical Journal*, 643(1), 332.



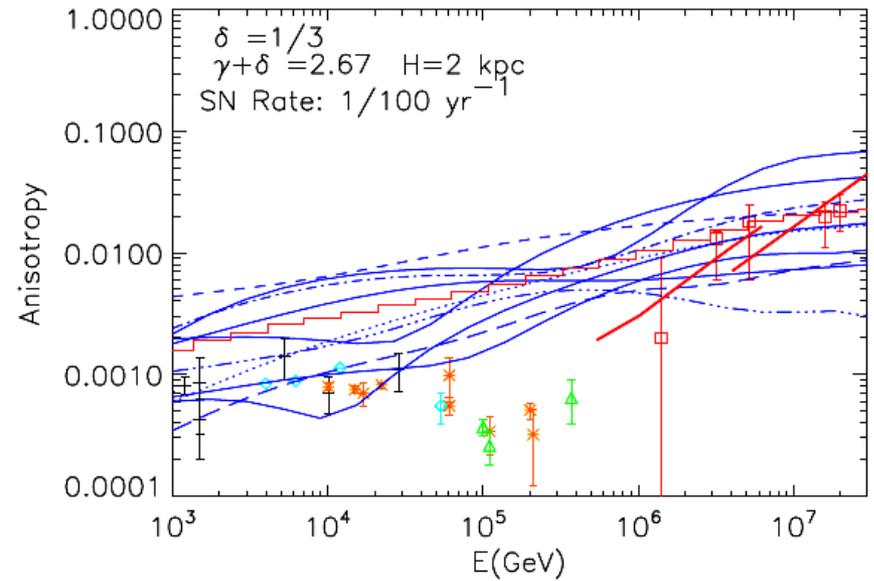
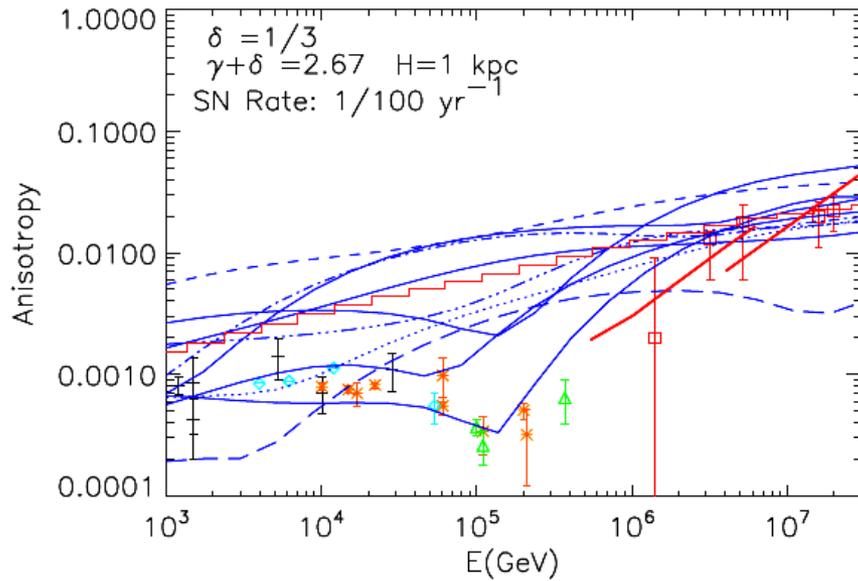
АНИЗОТРОПИЯ В ЛОКАЛЬНОЙ ДИФFUЗИОННОЙ МОДЕЛИ

Blasi, P., Amato, E. (2012). Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(01), 010.



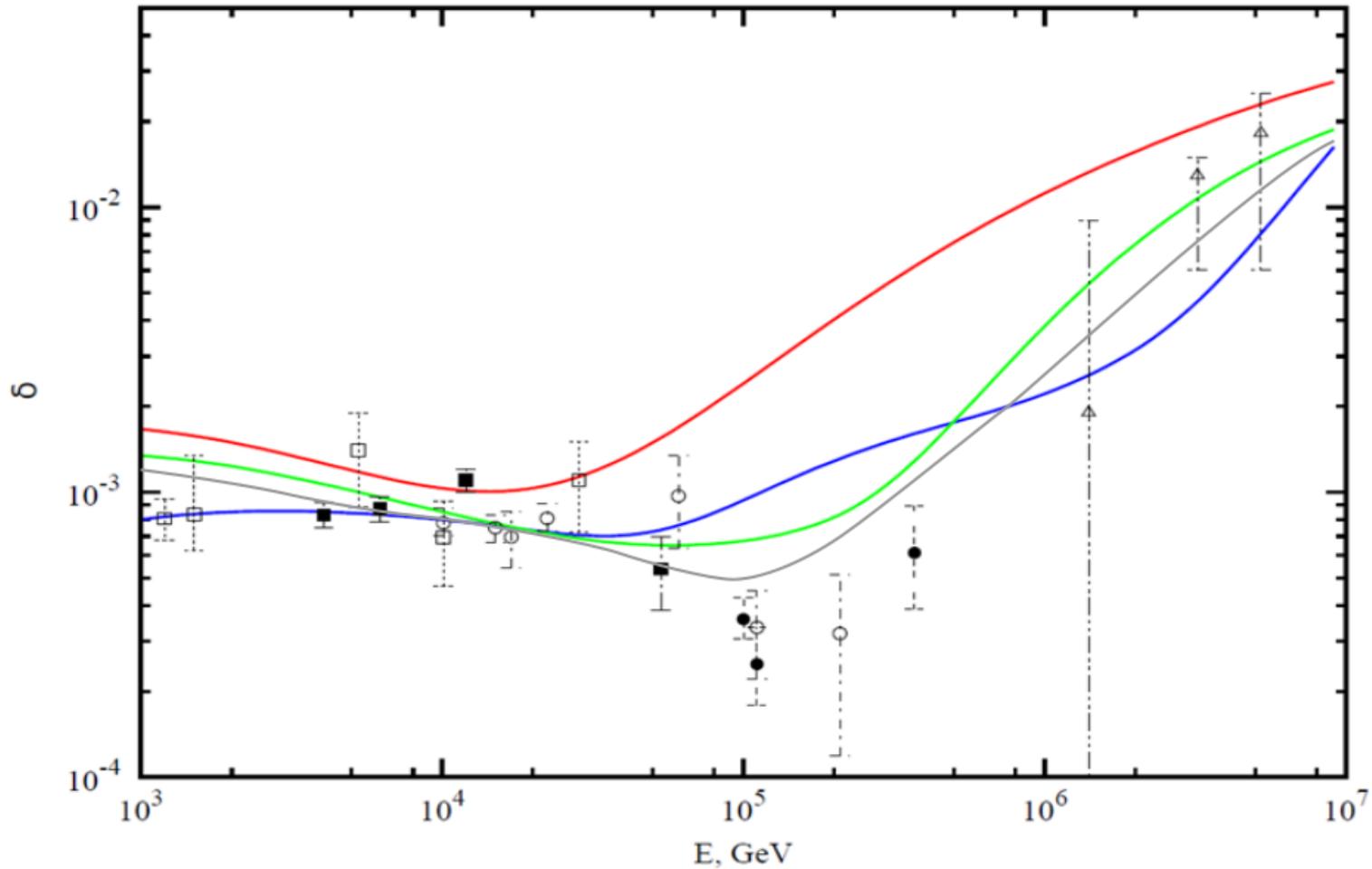
АНИЗОТРОПИЯ В ЛОКАЛЬНОЙ ДИФFUЗИОННОЙ МОДЕЛИ

Blasi, P., Amato, E. (2012). Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012(01), 010.



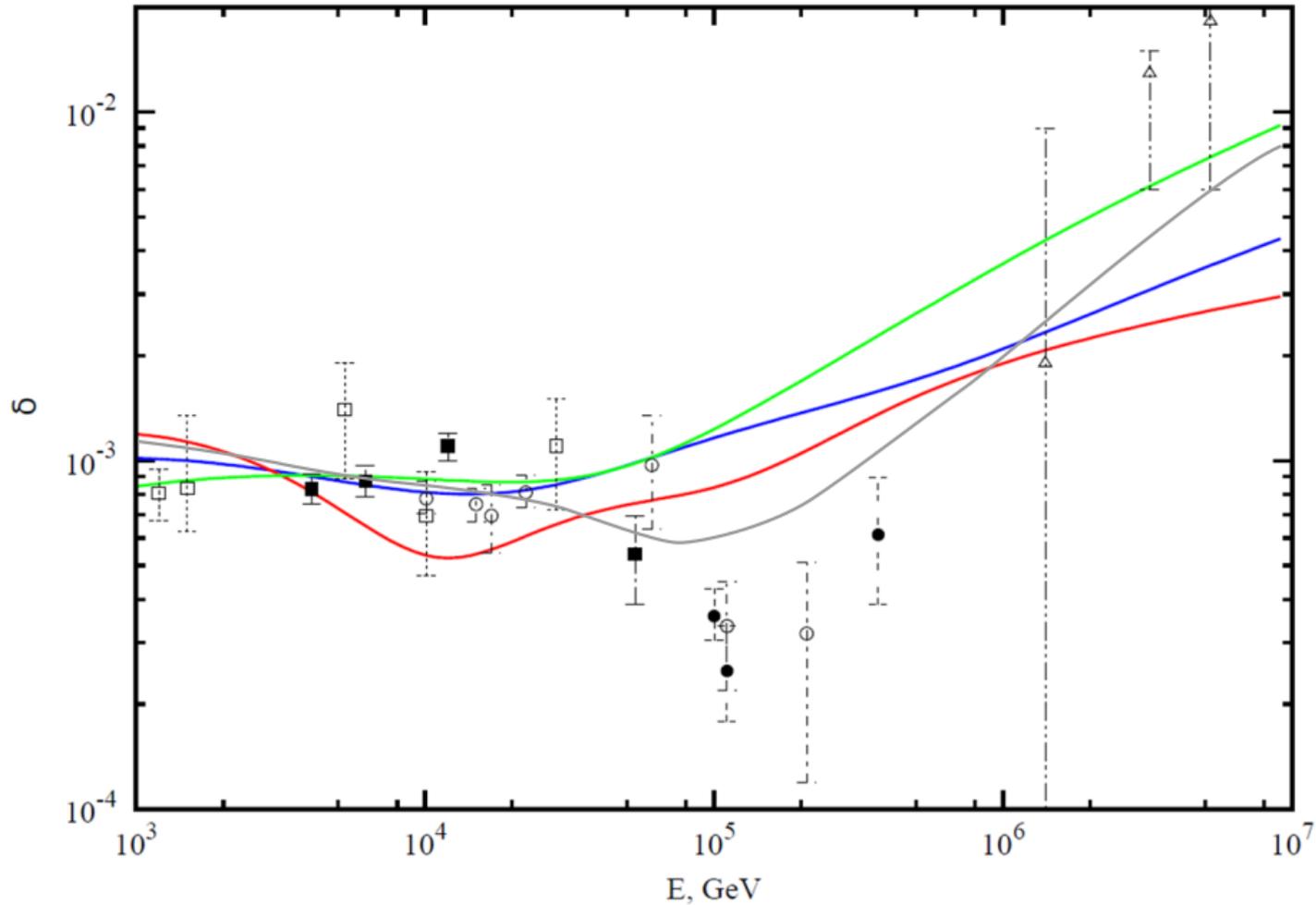
Анизотропия в модели Лагутина-Учайкина (2001)

$$\alpha = 1.5, \delta = 0.6 \quad \gamma = 2.07$$



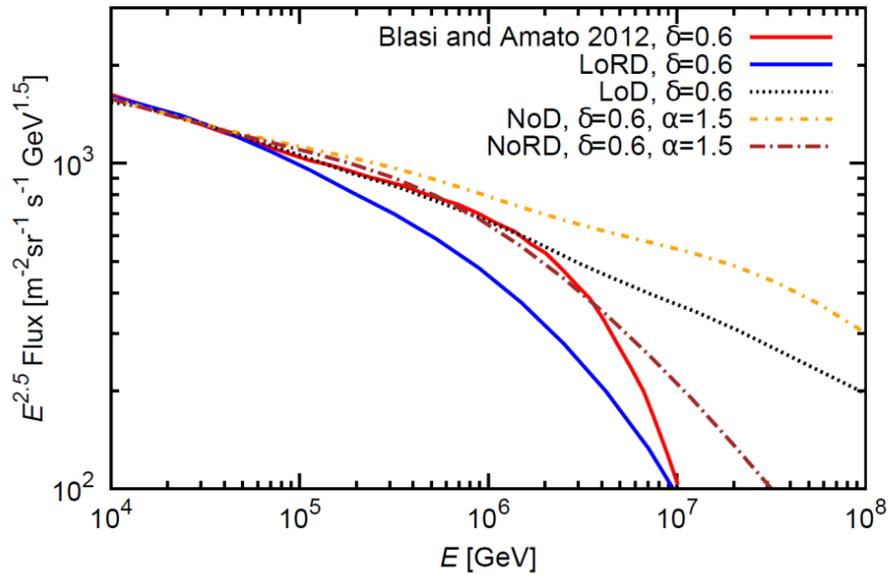
Анизотропия в модели дробно-баллистической диффузии

$$\alpha = 1.5, \delta = 0.6 \quad \gamma = 2.07$$

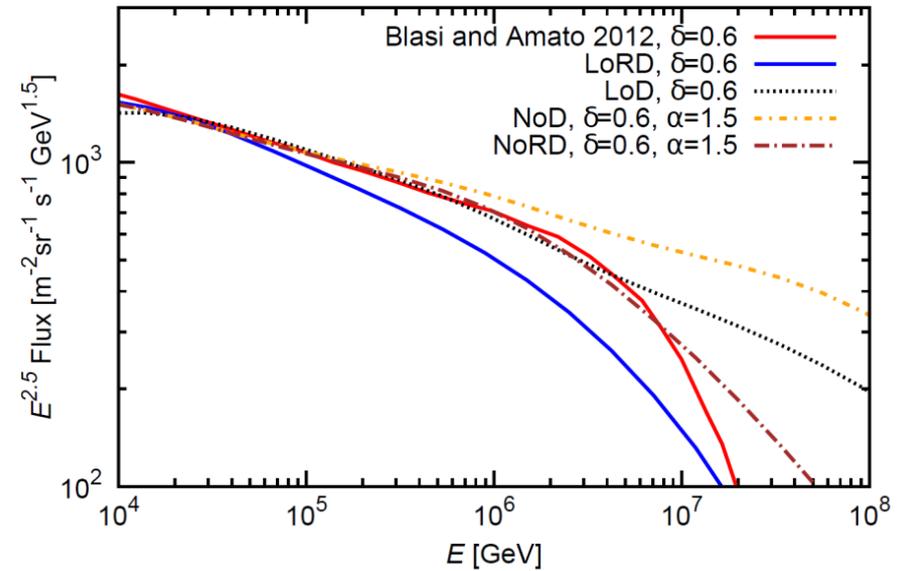


СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ

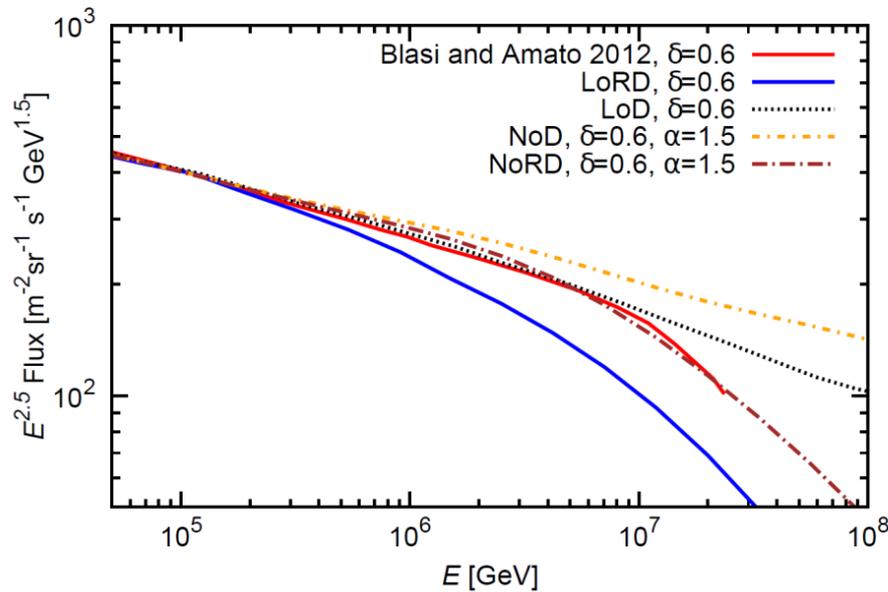
H



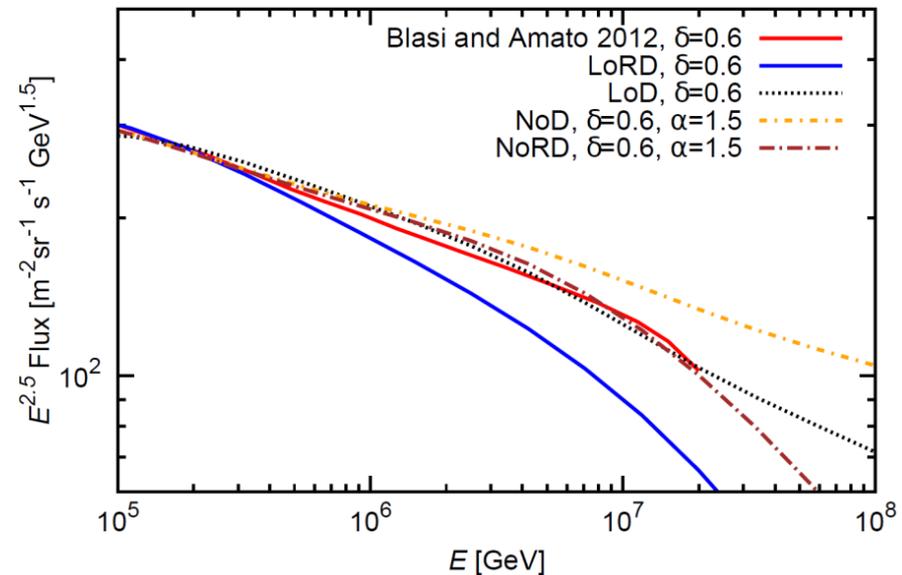
He



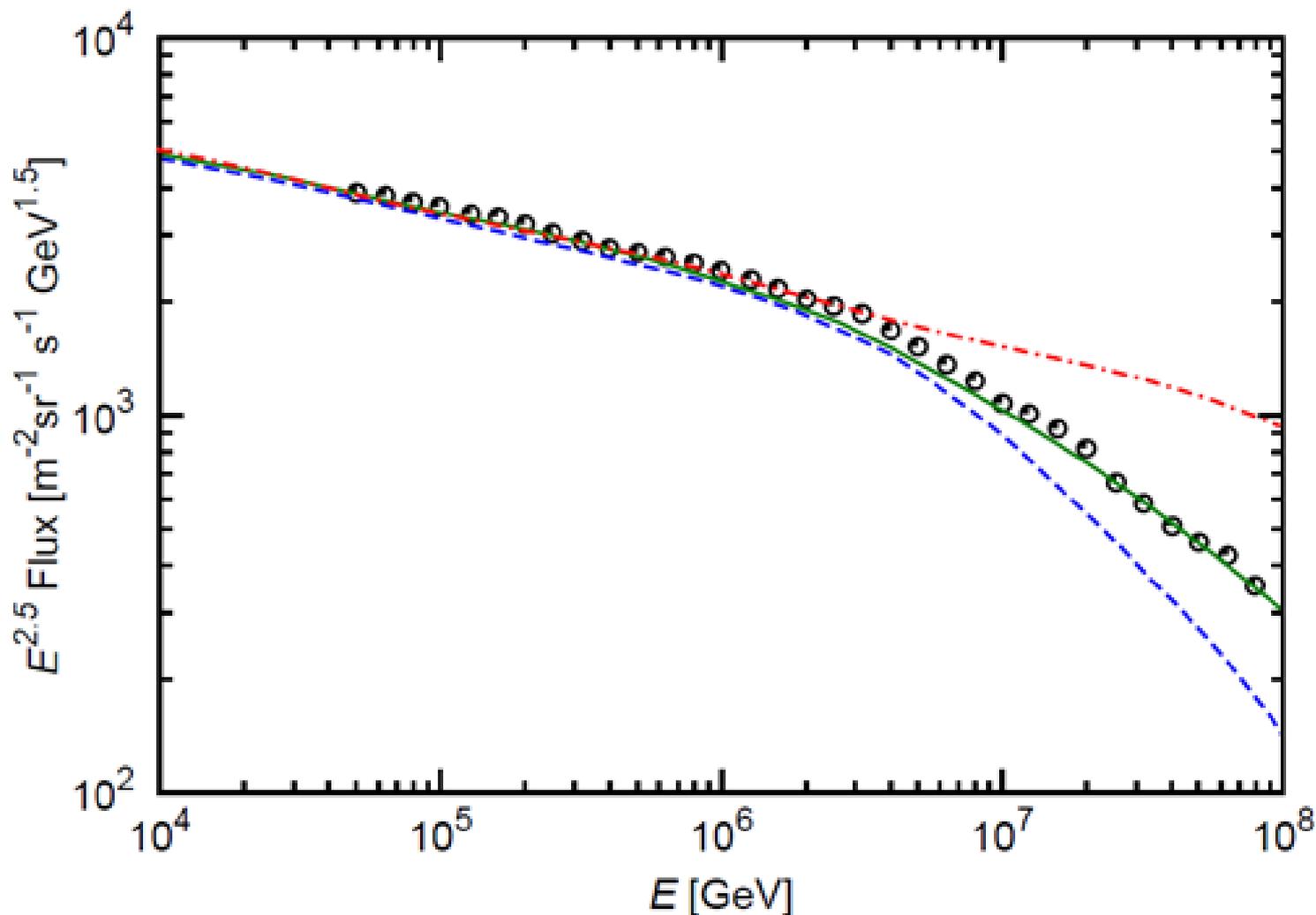
CNO



MgAlSi



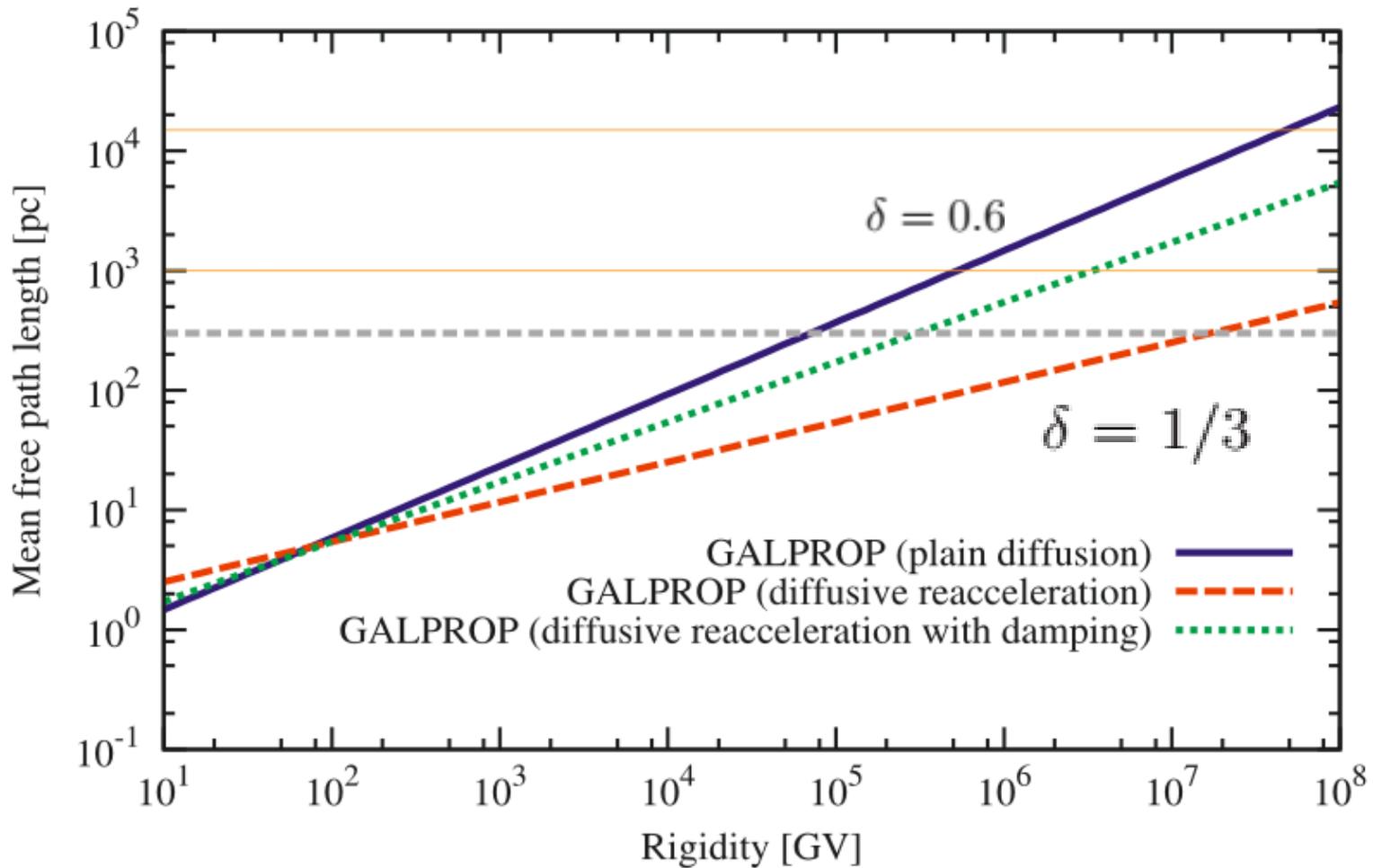
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР КЛ



Энергетические спектры в модели дробно-баллистической диффузии ($\alpha = 1.5$) (зелёная сплошная линия) в сравнении с результатами Блази и Амато [189] (прерывистая линия) модели дробной диффузии ($\alpha = 1.5$) (красная штрих-пунктирная линия) и экспериментальными данными (точки). Параметры $\delta = 0.6$ и $\gamma = 2.07$ одинаковы во всех трех моделях.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Длина пробега



$$D = lv/3$$

$$D(E) = 10^{28} D_{28} \left(\frac{R}{3GV} \right)^\delta \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$D_{28}/H_{\text{kpc}} = 1.33 \text{ for } \delta = 1/3$$

$$D_{28}/H_{\text{kpc}} = 0.55 \text{ for } \delta = 0.6$$



Отрицательная анизотропия

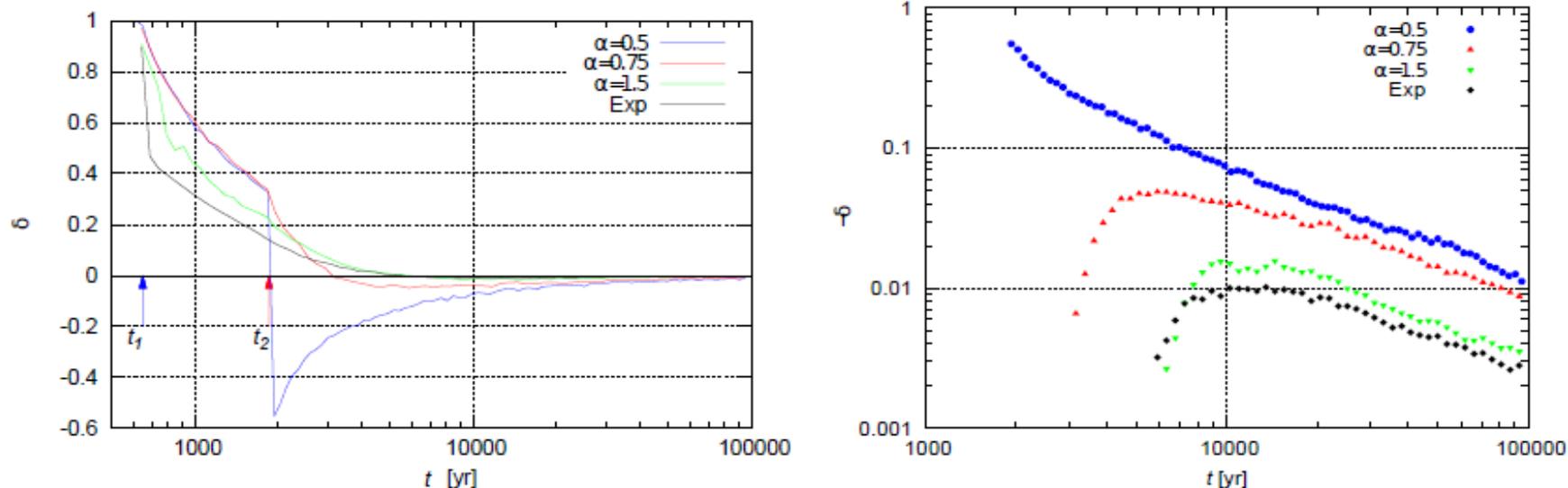


Figure 4: Left panel: The family of anisotropy time-dependence $\delta(t)$ for various values of α . Right panel: Function $-\delta(t)$ in the log-log scale. The observation point is to the left of the boundary (that is, in 1-medium). Distances: source-observer $R = 200$ pc and source-boundary $a = 400$ pc. Random free paths are distributed according to a power law with exponents α in 1-medium and β in 2-medium ($\beta = 1.9$; mean path in 2-medium $\lambda_2 = 0.3$ pc). First-particles front reaches the detector at the time point $t_1 = R/v$ than it reaches boundary, dives into 2-medium, diffuses there, partially returns through the boundary and occurs the observer point after $t_2 = [a + (a - R)]/v$. Label ‘Exp’ corresponds to the case of exponential distribution of free path lengths.